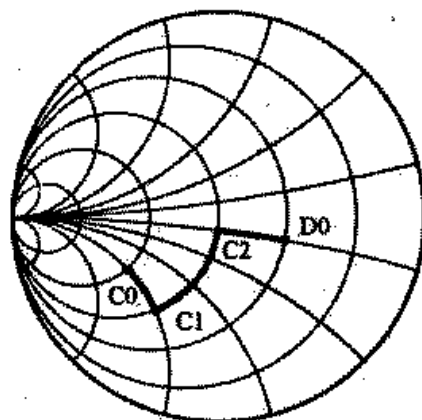


Universitatea *POLITEHNICA* București
Facultatea de Electronică și Telecomunicații

Romulus Stănculescu
Mihai Stanciu

Măsurări Electrice și Electronice

Partea I



1	Notiuni generale	4
1.1	Marime, masurare, sistem de unitati de masura	4
1.2	Caracterizarea aparatelor de masura	13
1.3	Erori de masura	17
1.3.1	Cauze, clasificare	17
1.3.2	Caracterizarea calitativa	17
1.3.3	Caracterizarea cantitativa	18
1.3.3.1	Definitii si consecintele lor	18
1.3.3.2	Caracterizarea cantitativa a erorilor aleatoare	22
2	Măsurarea impedanțelor	27
2.1	Elemente dipolare de circuit	27
2.1.1	Reprezentarea elementelor dipolare ideale	27
2.1.1.1	Elemente ideale	27
2.1.1.2	Impedanțe ideale dipolare	27
2.1.2	Impedanțe multipolare	29
2.1.2.1	Definiții	29
2.1.2.2	Impedanțele dipolare reale din punct de vedere al măsurătorilor	30
2.1.3	Elemente de circuit reale	35
2.2	Măsurarea impedanțelor cu aparate de uz general	38
2.2.1	Metode directe folosind voltmetru/ampermetru pentru elemente simple ($R, L, C, Z $)	38
2.2.1.1	Metoda voltmetrului și ampermetrului	38
2.2.1.2	Metoda substituției	39
2.2.1.3	Metoda elementului adițional	41
2.2.2	Metode de comparație pentru măsurarea Z_0	42
2.2.2.1	Metoda celor 3 tensiuni	42
2.2.2.2	Metoda elipsei (metoda comparației cu osciloscopul catodic)	43
2.3	Măsurarea impedanțelor prin metoda punții echilibrate	46
2.3.1	Teoria generală a punții echilibrate	46
2.3.1.1	Probleme principale	46
2.3.1.2	Convergența punților	48
2.3.1.3	Gradabilitatea reglajelor	61
2.3.1.4	Sensibilitatea punților	67
2.3.2	Punți uzuale (pasive)	71
2.3.2.1	Punți de c.c.	71

2.3.2.2	Punți de c.a.	75
2.3.3	Punți active și automate	92
2.3.3.1	Punți active	92
2.3.3.2	Punți automate	100
2.4	Q-metrul: Măsurarea Z prin metode de rezonanță	104
2.4.1	Principiul și construcția Q-metrului	104
2.4.2	Măsurători	105
2.4.2.1	Reglaje prealabile și măsurători de bază	105
2.4.2.2	Măsurări derivate	106
2.4.2.3	Precizia măsurărilor cu Q-metrul	110
2.4.3	Q-metrul numeric	111
2.5	Ohmmetre și Z-metre electronice (active)	114
2.5.1	Convertoare voltampermetrice	114
2.5.1.1	Scara Ω neliniară a multimetrului electronic analogic	114
2.5.1.2	Scara Ω liniară a multimetrului electronic numeric (eventual analogic)	115
2.5.2	Metode de conversie indirectă $RLC \leftrightarrow \Delta t \leftrightarrow N$	117

Capitolul 1. NOȚIUNI GENERALE

1.1. Mărimă, măsurare, sistem de unități de măsură.

• Mărimă.

Denumim mărime o proprietate (un atribut) comun unei clase de obiecte, fenomene, procese, utilizată în identificarea, clasificarea, caracterizarea acestora. În mulțimea mărimilor existente (m.e., fig. 1.) mărimile *definibile* (discriminabile calitativ) constituie numai o submulțime (m.d.), din care numai o submulțime (m.m.) cuprinde mărimile *măsurabile* (caracterizabile și cantitativ prin operația de măsurare).

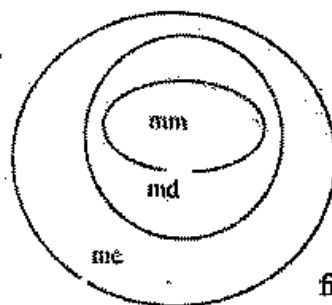


fig 1.1

• Măsurare.

Măsurarea este o *experiență fizică* prin care se atribuie fiecărui element al mulțimii măsurandului un număr (denumit *valoare măsurată*), conform cu o *scală de măsură*, experiență efectuată cu metode și mijloace materiale de măsură date.

În general, pentru un măsurand X , se definește o funcție de măsură:

$$M: \{X\} \longrightarrow \{X_{mas}\} \text{ cu } X_{mas} \in \mathbb{R} \quad (1.1)$$

Unei relații de ordonare (Rel_X) în mulțimea măsurandului $\{X\}$ îi corespunde o relație de ordonare imagine (Rel_X) în $\{X_{mas}\}$. Scală de măsură se numește tripletul $(X, X_{mas}, \text{Rel}_X)$. În tabelul 1 sunt date câteva exemple de relații și scalele corespunzătoare.

Tabelul 1

Rel_X	Scală	Exemple
de echivalență ($\sim$) $X_1 \sim X_2 \Rightarrow M(X_1) = M(X_2)$	de nominalizare	scala culorilor: se definește o scală bazată pe 5 culori de bază -Red, Yellow, Green, Blue, Purple (roșu, portocaliu, galben, verde, purpuriu) și 5 nuanțe intermediare (R-Y, Y-G, G-B, B-P, P-R) fiecare cu 10 intervale intermediare (ex. de la 10%R-90%Y, până la 90%R-10%Y, etc.); o culoare dată se echivalează cu o astfel de combinație.

• de ordine : $X_1 \geq X_2 \Rightarrow M(X_1) \geq M(X_2)$	• de ordine	• scala de măsură a intensității cutremurelor Mercalli; un cutremur se încadrează între altele mai puțin respectiv mai intense, după intensitatea anumitor semne. • scara durității minerale (1-talc, 2-gips, ..., 10-diamant); un mineral se încadrează între alte două mai puțin dur, respectiv mai dur.
• de ordine cu lege de compoziție aditivă: $X_1 + X_2 \sim X_3 \Rightarrow M(X_1) + M(X_2) = M(X_3)$	• de raport (raportul a două valori măsurate X_{m1} / X_{m2} nu depinde de unitatea de măsură aleasă X_{UM})	• majoritatea măsurărilor uzuale (de mărimi mecanice, electrice etc.), pentru care este valabilă definiția restrânsă a măsurării dată mai jos.
• idem pe intervale	• de interval (raportul a două intervale nu depinde de unitatea de măsură aleasă X_{UM} și de valoarea de zero aleasă X_{nu}).	• scalele de măsură a temperaturii (în $^{\circ}\text{C}$, $^{\circ}\text{R}$ sau $^{\circ}\text{F}$). • timpul calendaristic (data); calendarul ortodox, arab, evreiesc etc.

Intr-un sens uzual mai restrâns, valabil în cazul mărimilor aditive (în cazul scalelor de raport), prin măsurare se înțelege experiența fizică (executată utilizând metode și mijloace materiale date -inclusiv aparate -) prin care se atribuie elementului X al măsurandului valoarea măsurată X_{mas} conform relației:

$$X_{mas}^{(M)} = \varphi\left(\frac{X}{X_{UM}}\right) \quad (12)$$

în care X_{UM} este un element al mulțimii măsurandului adoptat ca unitate de măsură iar φ este o funcție liniară (în care caz rezultatul măsurătorii se obține în unități absolute - A, V, Ω etc.-) sau logaritmică (rezultatul măsurătorii fiind exprimat în acest caz în unități relative (în unități de raport) - dB, N -).

• Clasificarea mărimilor fizice de măsurat.

Mărimile fizice de măsurat se pot clasifica:

• din punct de vedere *energetic* în:

-*mărimi active* (în cazul unor obiecte/procese generatoare de energie proprie funcție de mărimea de măsurat - $W_{pr}(X)$ -);

-*mărimi pasive* (puse în evidență printr-o energie de activare aplicată din exterior obiectului/procesului, pe care măsurandul o modulează - $W_{act}(X)$ -).

În ambele cazuri pentru măsurare se extrage o fracțiune neglijabilă din energia internă a obiectului/procesului (proprie sau de activare) - $W_{mas}(X)$ - prin prelucrarea căreia în procesul de măsură se extrage valoarea măsurată X_{mas} .

* din punct de vedere al comportării în timp în:

- constante;
- variabile: - nestaționare;
- staționare: - neperiodice;
- periodice: - nesinusoidale;
- sinusoidale.

În sens strict o mărime constantă își păstrează valoarea un timp infinit (de ex. constanta lui Plank, sarcina electronului etc.), dar poate fi considerată ca atare orice mărime care își păstrează valoarea un timp mai mare decât timpul total de măsură sau decât timpul în care rezultatul măsurării va fi încă util (de ex. tensiunea unei baterii galvanice); ca urmare este caracterizată printr-o valoare fixă (a cărei precizie de determinare poate crește prin experiențe succesive).

O mărime variabilă nestaționară poate fi caracterizată doar prin totalitatea valorilor luate în decursul intervalului de timp de măsură în contrast cu o mărime variabilă staționară care poate fi caracterizată sintetic prin parametri statistici (momentele de diferite ordine - medie, dispersie etc. - funcție de autocorelație etc.), ceea ce rămâne valabil și pentru mărimile variabile staționare neperiodice.

Pentru mărimile variabile periodice se poate recurge la o caracterizare exactă prin parametrii formei de undă particulare (frecvență/periodă, timpi de front, de palier, factor de umplere, factor de creastă, de formă etc.), în cazul particular al celor sinusoidale prin valoare eficace (sau de vîrf), frecvență/periodă și fază (față de o referință convenabilă).

• Sistemul unităților de măsură.

Începând din 1960 a fost adoptat de către a 11-a Conferință Generală de Măsuri și Greutăți Sistemul Internațional de unități de măsură (S.I.), înlocuindu-se sistemele de unități existente anterior în uz (M.K.S.A., C.G.S. etc.). S.I. este un sistem coerent de unități de măsură având 7 unități fundamentale dimensionale (metru, kilogram, secundă, amper, Kelvin, mol, candela) și două unități suplimentare adimensionale geometrice (radian, steradian). Pentru restul mărimilor fizice se folosesc unități de măsură derivate, obținute din cele fundamentale prin relații dimensionale de definiție, cuprinzând numai operații de înmulțire și împărțire fără coeficienți numerici (sistem coerent). Se folosesc și multiplii/submultiplii zecimali ai unităților fundamentale și a celor derivate, cu nume obținute prin prefixarea numelui unității de bază (din trei în trei ordine de mărime), conform tabelului 2.

Tabelul 2

multiplicator	10^3	10^6	10^9	$\sim 10^{12}$	10^{15}	10^{18}	10^{21}	10^{24}
prefix/simbol	kilo [k]	mega [M]	giga [G]	tera [T]	peta [P]	exa [E]	zetta [Z]	yotta [Y]
multiplicator	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}	10^{-21}	10^{-24}
prefix/simbol	mili [m]	micro [μ]	nano [n]	pico [p]	femto [f]	atto [a]	zepto [z]	yocto [y]

Unitățile de măsură sunt materializate prin etaloane, care pot fi de trei tipuri:

- de definiție; sunt etaloanele inițiale/primare existente într-un singur exemplar, adoptat și păstrat conform unei convenții internaționale. Tendința actuală este de a stabili etaloane bazate pe fenomene cuantice, ceea ce le conferă o oarecare independență față de imperfecțiunile realizării

tehnologice. De ex. secunda este definită ca durată a 9.192.631.770 perioade ale oscilației corespunzătoare tranziției între două stări energetice hiperfine ale atomului de Cs¹³³; în principiu este primul etalon care poate fi reprodus înafara Terrei și care este disponibil simultan (prin transmisie radio) pe tot globul. Deși în principiu este independent de realizarea tehnologică a dispozitivului de măsură (ceasul cu cesiu), practic precizia acestuia depinde de timpul de interacțiune al atomilor de cesiu cu microonda ce servește pentru coborârea frecvenței la valori mai ușor utilizabile (oscilator cu cuarț sincronizat prin buclă PLL cu tubul cu cesiu). Dacă în construcțiile inițiale (1964-1990, tub cu atomi "calzi", ce străbăteau rezonatorul de măsură în câteva msec.) se atingeau o precizie de 10^{-13} - 10^{-14} , prin "răcirea" atomilor în capcană laser până la viteze de ordinul cm/sec timpul de interacțiune în rezonator crește la ordinul zecimilor de secundă, ceea ce sporește precizia la oca. 10^{-16} (1994), iar prin plasarea dispozitivului în condiții de microgravitație (pe orbită, probabil în 1998) se speră sporirea preciziei peste 10^{-17} (prin eliminarea mișcării atomilor sub influența câmpului gravitic, timpul de interacțiune va crește cu cel puțin un ordin de mărime - v. măsurarea frecvenței prin metoda bățăilor-). Etalonul de timp va fi și primul etalon conservat în cosmos. Analog, metrul este definit ca spațiul parcurs de lumină în vid în $1/299.792.458$ sec, etalonul fiind de fapt un laser sincronizat cu un ceas cu cesiu, iar voltul și ohmul se definesc pe baza constantelor Josephson ($K_{J-90}=483.597,9$ GHz/V, în joncțiunea supraconductoare Josephson) și Klitzing ($R_{K-90}=25.812,807$ Ω , în efectul Hall cuantic).

- de conservare; sunt copii ale precedentelor, disponibile în fiecare țară, sau construcții fizice care materializează unitatea de măsură (de ex. riglă cu cale plan-paralele pentru metru, element normal Weston pentru volt etc.) și pot fi verificate periodic cu ajutorul primelor.

- de transfer; acestea sunt la rândul lor de trei tipuri:

- *dimensionale (de derivare)*; sunt destinate obținerii unităților de măsură derivate pe baza celor fundamentale sau a altor unități derivate (de ex. punte de capacități bazată pe rezistențe etalon);

- *adimensionale (de raport)*; sunt destinate obținerii multiplilor/submultiplilor unității de măsură (de ex. divizorul inductiv de curent etc.);

- *de regim variabil (de conversie static / dinamic)*; de ex. termoelementele de conversie a puterii din curent alternativ în putere în curent continuu.

1.2. Aparat de măsură, metodă de măsură.

Metoda de măsură are la bază o lege sau un efect fizic (denumit principiu de măsură) și este constituită dintr-un ansamblu de relații teoretice, mijloace materiale (inclusiv aparate) și algoritmi de operare experimentală care permit obținerea rezultatului (valorii măsurate).

Aparatul de măsură este materializarea metodei de măsură ca obiect dedicat (ansamblu unic), având un grad oarecare de automatizare. Ele pot fi aparate manuale implicând manevre și/sau cu citire directă; aparate automate destinate unui operator uman (implicând schimbare automată de scară, protecție la suprasarcini etc., dar primind comenzile manual de la panou) sau aparate automate destinate înglobării în sisteme automate de măsură (S.A.M.), sisteme de achiziții de date (S.A.D.) sau în sisteme de reglare automată (S.R.A.) pilotate de calculator, în care caz sunt capabile de dialog între ele și/sau cu controlerul sistemului (telecomandă electrică prin bus-ul de interconectare a sistemului), primind comenzi și transmițând date, date de stare și cereri de servire/intreruperi. Tendința actuală este ca toate aparatele profesionale să accepte incorporarea în sisteme, existând standarde internaționale în acest sens (de ex. C.E.I.-625).

Separarea între aparate și metode nu este netă, metodele de măsură folosind inițial aparate existente și eventual construcții ad hoc, în timp ce pentru mărimile des măsurate (încât să se justifice o producție de serie) se construiesc aparate dedicate bazate pe o metodă de măsură adecvată; aceeași separare este mai mult un procedeu comod în cursul studiului (mai multe tipuri de aparate se pot baza pe o aceeași metodă etc.).

• Aparat de măsură - schema bloc.

După cum mărimea de măsurat este activă sau pasivă aparatul de măsură poate fi constituit dintr-o singură unitate (aparatul de măsură propriu-zis - receptorul) sau din două unități (sursa/generatorul de activare a mărimii fizice pasive de măsurat și aparatul de măsură receptor); cele două unități pot fi într-o singură unitate constructivă (de ex. un generator de c.c. calibrat și un voltmetru, în cazul unui ohmmetru măsurând prin metoda voltampermetrică) sau în două unități constructive separate (generator de semnal și decibelmetru pentru măsurarea atenuării de transmisie a unui canal de comunicație, separate constructiv întrucât trebuie să se afle la capetele distante ale unui circuit fizic), în care caz ansamblul este denumit de obicei set de măsură deși în fond formează împreună un singur aparat. Un set de măsură poate cuprinde mai mult de două aparate, ansamblul putând realiza un grup de măsurători uzual (atenuare, defazaj, timp de propagare de grup etc., punct cu punct sau prin wobulare (balcicaj al unui parametru, de ex. frecvența de măsură). O schemă bloc generală este dată în fig. 2.

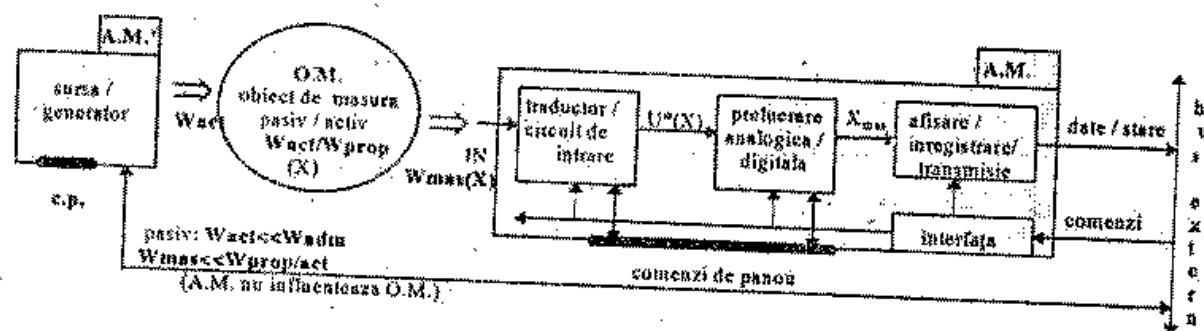


fig. 1.2

În cazul unei mărimi de măsurat active obiectul de măsurat (O.M.) generează o energie proprie ($W_{prop}(X)$) depinzând de mărimea de măsurat X .

În cazul unei mărimi de măsurat pasive, obiectul de măsurat (O.M.) trebuie să primească o energie de activare (W_{act}) pentru punerea în evidență a mărimii X de la o sursă sau un generator adecvat, care constituie o primă parte a aparatului de măsură (A.M.). A.M. poate fi în aceeași carcasă cu aparatul de măsură propriu-zis - A.M. - (de ex. în cazul unui ohmmetru) sau poate fi de sine stătător formând împreună cu A.M. un set de măsură (ca în cazul unui set de măsură pentru măsurarea atenuării circuitelor de comunicații, în care caz cele două părți ale setului se află în locuri diferite). W_{act} trebuie să fie mult mai mică decât energia admisibilă (W_{adm}) a O.M. (valoare limită la depășirea căreia proprietățile acestuia se alterează), pentru a nu influența funcționarea acestuia.

În ambele cazuri (O.M. pasiv sau activ) din energia existentă în sistem (proprie sau de activare) A.M. extrage o energie de măsură (W_{ms}) care trebuie să fie mult mai mică decât aceasta, pentru a nu influența funcționarea acestuia. Neinfluențarea O.M. de către A.M. este un principiu esențial pentru asigurarea corectitudinii măsurătorii; respectarea acestuia limitează utilizarea unor astfel de aparate la cazul măsurării mărimilor macroscopice (în domeniul cuantă energia necesară

pentru a pune în evidență o particulă poate fi comparabilă cu cea de creare a acesteia, astfel că este necesară o altă abordare a conceptului de măsură).

Energia W_{max} absorbită de aparat este convertită într-o tensiune proporțională (cazul general al măsurătorilor electronice a mărimilor neelectrice) sau, în cazul măsurărilor electrice, este atenuată într-un circuit de intrare până la nivelul scării de bază a aparatului - valoarea rescalată $U^*(X) \leq U_{scara\ min} = U_{cs\ min}$ - (întrucât se pot realiza mai precis divizări de tensiune variabile calibrat decât amplificări de tensiune variabile calibrat), operație executată de un prim bloc al aparatului (traductor/circuit de intrare).

Tensiunea $U^*(X)$ este ulterior prelucrată în principalul bloc funcțional al aparatului, blocul de prelucrare (cel care asigură în esență funcția de măsură propriuzisă).

Prelucrările pot fi:

- **analogice:** - liniare: amplificare, filtrare, mediere, conversii liniare (U/I , I/U , simetric (diferențial, flotant)/nesimetric etc);
- neliniare: redresare (obținerea valorii absolute), detecție de vîrf, de anvelopă, modulare/demodulare, logaritmare, liniarizare, conversii U/f , U/t etc;

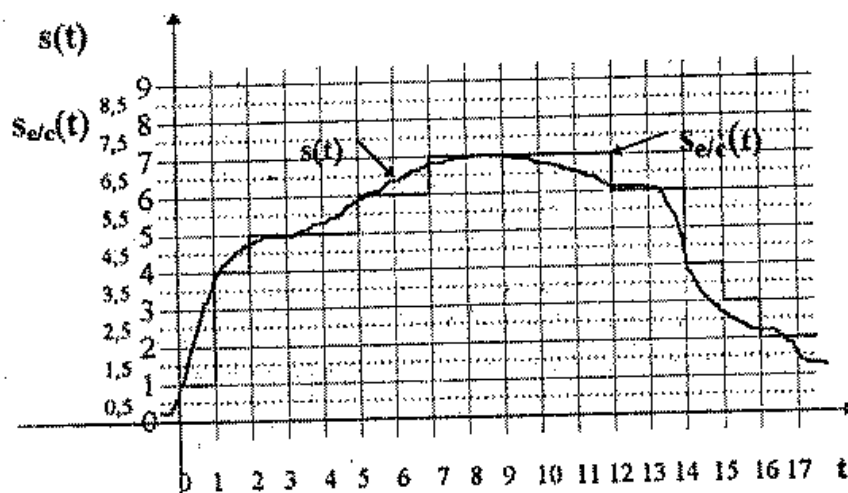


fig. 1.3

• **numerice (digitale):** - conversia analog/numerică (CA/N) și numeric/analogică (CN/A) implicând discretizarea în timp (eșantionare) și în valoare (cuantizare) ca operații analogice neliniare premergătoare (dar întotdeauna și alte operații analogice premergătoare - cel puțin amplificare - executate cu o precizie superioară celei a conversiei, întrucât nu există decât CA/N de c.c. - cel puțin pe durata conversiei);

- operații asupra valorilor numerice obținute prin conversie; realizate în marea majoritate a cazurilor prin soft, nu mai sunt specifice cursului de M.E.E.

• **de autodecizie:** protecție la suprasarcini, schimbare automată de scară etc.

În urma acestor prelucrări se obține valoarea măsurată X_{max} reprezentată printr-o tensiune (curent, frecvență) proporțională, în cazul aparatelor analogice, sau prin tensiuni interpretate ca valori logice (cod, de ex. binar) în cazul aparatelor numerice, valoare care se transmite ultimului bloc realizând afișarea dar și eventual (tele)transmisia și înregistrarea rezultatelor. Transmisia se poate face direct (pentru sisteme simple sau pentru afișare distantă), sau prin intermediul unei

interfețe de bus (pentru sisteme mai mari), prin care se pot primi și comenzi similare celor de la panoul aparatului.

• Metode de măsură.

În mod obișnuit metodele de măsură se împart în metode de precizie/laborator și metode de uz curent/industriale, subînțelegând că în cazul primelor contează în principal precizia iar costul și timpul de execuție sunt secundare iar în cazul celorlalte situația este inversă; astăzi această distincție nu mai este atât de netă, cel puțin în privința preciziei, căci în multe industrii de vîrf precizia măsurătorilor o egalează pe cea din institutele de metrologie.

Din punct de vedere principal distingem trei tipuri de metode: directe, de comparație (simultană sau succesivă) și indirecte.

• metode directe; este de fapt o exprimare prescurtată, în loc de *metode cu acțiune directă sau cu citire directă*. În aceste metode rezultatul (valoarea măsurată) se obține prin acțiune directă, fără buclă de reacție negativă informațională în procesul de măsură:

$$X_{\text{măz}} = f(X) \quad (1.3)$$

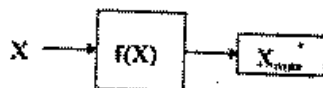


fig. 1.4

etalonul (X_{UM}) existînd implicit în funcția de prelucrare f (poate fi de aceeași sau de altă natură decât măsurandul; de ex. într-un miliampermetru magnetoelectric constanța elastică a resortului și energia magnetică a magnetului permanent au valoare de etalon implicit, neexistînd un curent etalon ca atare). În general sunt metode de precizie redusă în raport cu toleranța de definire a etalonului de aceeași natură cu măsurandul.

• metode de comparație; sunt metode în care acționează o buclă de reacție negativă informațională, avînd un algoritm de decizie pentru îmbunătățirea aproximării de la o iterație la alta și în care etalonul $E_t = k \cdot X_{\text{UM}}$ există explicit și este de aceeași natură cu măsurandul (de. ex. tensiune etalon pentru măsurarea tensiunii prin comparație); comparația poate fi *simultană* sau *succesivă*.

- *comparația simultană* presupune prelucrarea măsurandului și a unei fracțiuni reglabile ($X_m \cdot Et$) din valoarea etalonului prin două funcții de măsură (în general diferite); rezultatele obținute se compară între ele cu ajutorul unui comparator/indicator de nul și se acționează (manual sau automat) asupra valorii fracțiunii de etalon urmărind egalarea rezultatelor funcțiilor de prelucrare, valoarea fracțiunii/multiplului de etalon ce realizează această condiție constituind rezultatul măsurării.

$$f(X) + g\left(\frac{M}{A} \cdot Et\right) = \begin{cases} 0 - \text{metoda de zero} \Rightarrow X_{\text{măz}} = \frac{M}{A} X_m \\ \Delta - \text{metoda diferențială} \Rightarrow X_{\text{măz}} = \frac{M}{A} X_m + \delta X(\Delta) \end{cases} \quad (1.4)$$

(r.n.)

Reglarea fracțiunii de etalon se poate face brut și fin până la atingerea valorii zero (*metoda*

comparației de zero) sau numai brut până când diferența scade sub o valoare Δ_{MAX} după care această diferență se măsoară printr-o metodă directă, rezultatul măsurării fiind constituit din suma celor două valori obținute (*metoda comparației diferențiale*). În cazul comparației diferențiale numărul de elemente etalon necesare pentru reglaj este mult mai mic (deci metoda este mai ieftină și mai rapidă decât cea de zero) dar precizia scade întrucâtva (din cauza măsurării diferenței prin metodă directă).

Desigur, dacă este posibil, f și g sunt funcții identice ($f(X)=X$, $g(Y)=Y$), în care caz se numește *metoda comparației 1:1* și este cea mai precisă variantă a metodei de comparație întrucât permite eliminarea erorilor indicatorului de zero prin permutarea măsurandului și fracțiunii de etalon la intrările acestuia (dacă eroarea de nul schimbă semnul păstrând aceeași valoare în modul aparține indicatorului de nul deci poate fi identificată și îndepărtată). Un alt caz uzual este cel în care f și g sunt funcții liniare (*metoda comparației 1:n sau m:n*, prin adăugare sau multiplicare/raport). Numai dacă aceste cazuri simple sunt imposibile se recurge la utilizarea unor funcții neliniare și/sau diferite între ele (de ex. în cazul măsurării electrice a unor mărimi neelectrice), evident din cauza reducerii preciziei și creșterii complexității echipamentelor.

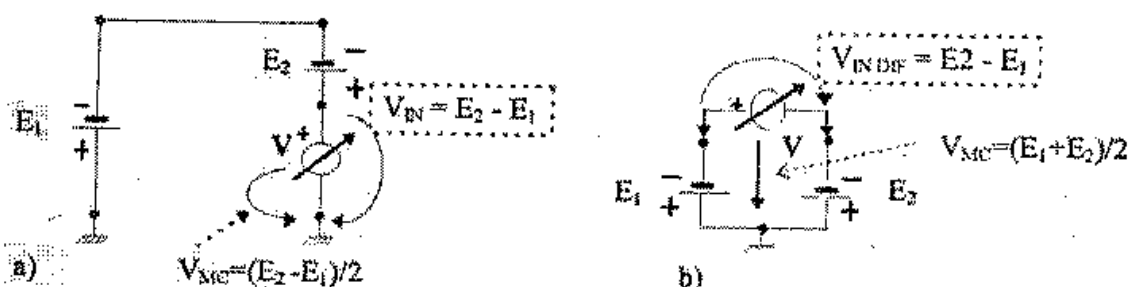


Fig. 1.5. Măsurarea tensiunii diferență între două surse:

- surse flotante, voltmetru cu intrare nesimetrică,
- surse nesimetrice, voltmetru cu intrare simetrică.

Dacă măsurandul poate avea valori pozitive sau negative, sau dacă $f \neq g < 0$, comparația se poate face prin opoziție cu un indicator de nul cu intrare nesimetrică, în caz contrar este necesar un indicator de nul diferențial, cu intrare flotantă, în general mai dificil și mai puțin precis întrucât intrările lui trebuie să suporte un semnal de mod comun (vezi în fig. 1.5 măsurarea tensiunii diferență între două surse: în cazul b) voltmetrul trebuie să poată suporta o tensiune de mod comun mult mai mare decât tensiunea diferență pe care o măsoară, în timp ce în cazul a) totdeauna $V_{MC} < V_{IN}$).

- *comparația succesivă* presupune prelucrarea succesivă a măsurandului și a unei fracțiuni reglabile din valoarea etalonului printr-o aceeași funcție de măsură; dacă rezultatul este același valoarea măsurandului este valoarea fracțiunii de etalon ce realizează această condiție.

Comparația se poate face neperiodică, memorând valoarea $f(X_m, t)$ și apoi reglând X_m până când $f(X_m, Et)$ ajunge la aceeași valoare; valoarea X_m^* astfel găsită devenind rezultatul măsurării ($X_{\text{mas}} = X_m^*$), sau se poate face periodic, în care caz ieșirea funcției f capătă o valoare variabilă sincron cu intrarea (este modulată cu frecvența schimbării intrării, de unde denumirea de metodă de comparație succesivă prin modulare). În cazul comparației succesive periodice (prin modulare) prin reglarea X_m brut și fin se poate anula anvelopa de modulație, în care caz este o

metodă de zero și $X_{max} = X_m^*$, sau se poate regla X_m numai brut (în trepte) până când anvelopa de modulație scade sub o valoare Δ_{MAX} , în care caz este o metodă diferențială și $X_{max} = X_m^* + \delta X(\Delta)$, valoarea $\delta X(\Delta)$ fiind obținută prin prelucrarea directă a anvelopei.

$$f((X, t) - f(X_m \cdot Et, t + \delta t) = \begin{cases} 0 - \text{metoda de zero} \Rightarrow X_{max} = X_m^* \\ \Delta - \text{metoda diferențială} \Rightarrow X_{max} = X_m^* + \delta X(\Delta) \end{cases} \quad (1.5)$$

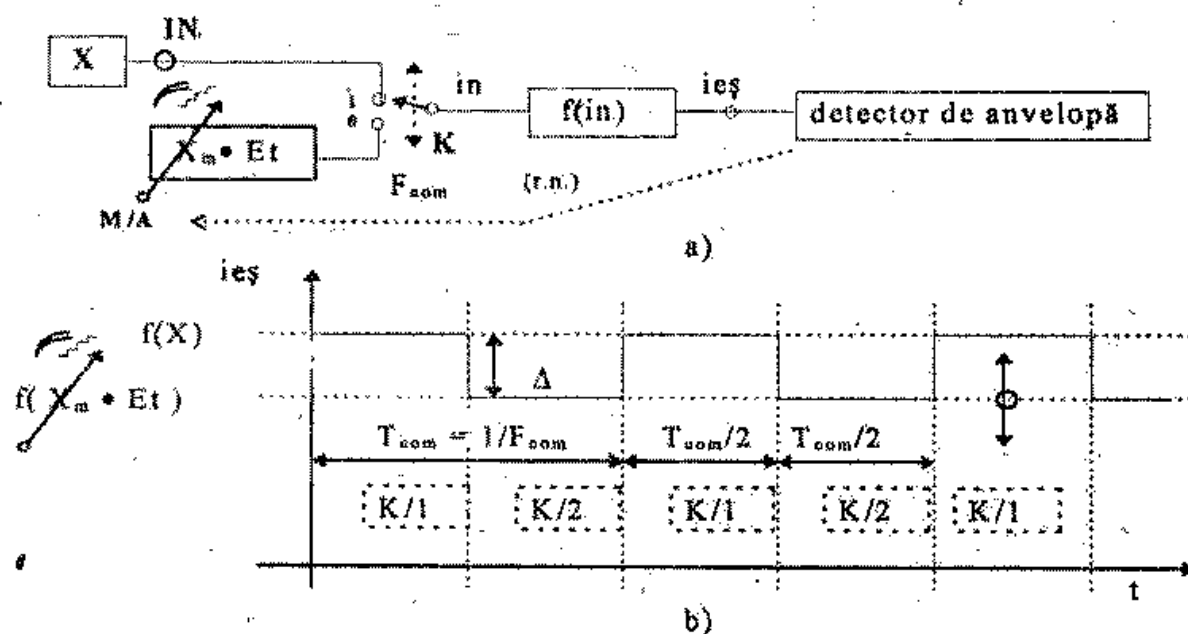


fig. 1.6. a) schema bloc pentru comparație succesivă;
b) semnalul de la ieșirea funcției $f(in)$.

- **metode indirecte;** sunt acele metode în care se măsoară direct sau prin comparație alte mărimi și apoi prin calcul (având o relație de legătură) se află mărimea dorită:

$$X_{max} = f(X_{m1}, X_{m2}, \dots, X_{mn}) \quad (1.7)$$

De exemplu măsurarea unei rezistențe se poate face prin comparație cu ajutorul unei punți de rezistențe sau indirect, măsurând tensiunea la borne și curentul care o străbate și calculând valoarea cu relația $R=U/I$ (indirect în sensul clasificării de mai sus, deși uneori se zice că o astfel de măsurătoare este directă conform definiției, dar în alt context).

1.2. Caracterizarea aparatelor de măsură.

Comportamentul unui aparat poate fi caracterizat în mod specific pentru domeniile de referință (etalonare), de lucru și de depozitare/transport; în cadrul cursului ne interesează caracterizarea în primele două domenii, care se poate face din punct de vedere static, dinamic și informațional.

• **Static.** Din punct de vedere static aparatul se poate caracteriza prin *caracteristica statică de transfer* (ieșirea y în funcție de intrarea x : $y=f(x)$), dată sub formă analitică și/sau grafică (v. fig. 1.7) și prin mărimile derivate din ea (erori, factori de influență - dependența erorilor de temperatură, timp etc., sensibilități, energie absorbită la intrare/impedanță de intrare etc.)

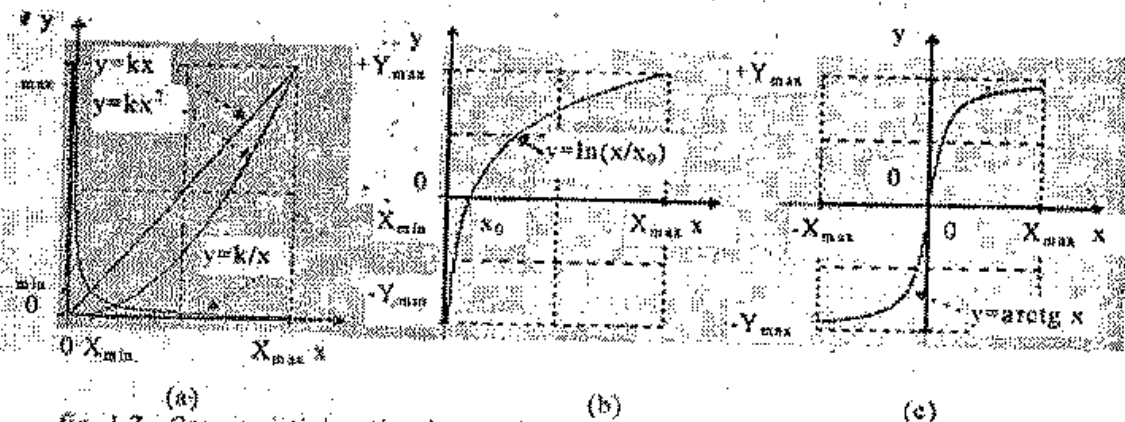


fig. 1.7. Caracteristici statice de transfer: a) într-un cadran;
b) în două cadrane;
c) în patru cadrane.

Această caracteristică există într-un domeniu/interval de măsură $X_{min} + X_{max}$ (la intrare), respectiv $Y_{min} + Y_{max}$ (la ieșire), uzual valoarea minimă fiind zero (lipsa măsurandului) iar cea maximă finită. În intervalul de existență caracteristica statică de transfer reală se abate de la legea analitică ideală, fiind afectată de erori.

Erorile se pot descompune în anumite tipuri de erori standard; în cazul unei caracteristici liniare (mai frecventă) erorile pot fi de următoarele tipuri (fig. 1.8.):

a) *de zero* (de offset, fig. 1.7 a). Caracteristica reală este translatată față de cea ideală; în practică se verifică numai zeroul (fără măsurand la intrare, $x=0$) și se reglează în această situație $y=0$ (corecție de zero - c.z.), operație posibilă aproape întotdeauna numai cu mijloacele de bord ale aparatului (exceptând scările cu zero convențional - de ex. de temperatură).

b) *de factor de scară* (de pantă, de calibrare, de cap scară, fig. 1.7 b). După executarea corecției de zero caracteristica nu trece (în general) prin punctul maxim (cap scară - c.s.-) având o eroare de factor de scară: panta caracteristicii reale diferă de a celei ideale (caracteristica este rotită în jurul punctului de zero reglat anterior prin c.z.), fapt constatat în practică prin abaterea punctului de capăt de scară (fie aplicând X_{max} și determinând Y'_{max} rezultat, fie determinând X'_{max} ce duce la indicația Y_{max}). Operația de corectare a acestei erori, numită *calibrare* (CAL.), se execută prin intermediul unui reglaj care acționează asupra pantei (rotește caracteristica în jurul punctului de zero, deja reglat anterior prin c.z.), practic urmărindu-se numai realizarea corespondenței $X_{max} \rightarrow Y_{max}$; calibrarea se poate executa numai cu ajutorul unui dispozitiv exterior aparatului și mai precis decât acesta.

c) de liniaritate (fig. 1.7 e-f); după efectuarea reglajelor de zero și de cap de scară caracteristica prezintă la valori intermediare abateri de la legea liniară - erori de liniaritate - , situându-se în interiorul unei fâșii de toleranță a cărei lărgime măsoară mărimea acestor erori. Caracteristica poate fi aceeași la creșterea și descreșterea măsurandului (fig. 1.7 c) sau poate parcurge ramuri diferite (fig. 1.7 d,e,f), în care caz erorile de liniaritate se numesc erori de histerezis. Aceste erori de histerezis pot fi datorate unor efecte termice sau magnetice (1.7 d - curbă netedă, eventual dependentă de timpul de observare) sau frecării mecanice (1.7 e - curbă cu "zonă moartă", forța de frecare fiind mai mică între două suprafețe în contact după ce acestea au început să alunece una față de alta). Aceste erori de histerezis se pot manifesta pe întreg domeniul de măsură (histerezis global) sau se pot manifesta numai în zone limitate (histerezis local - fig. 1.7 f -, datorat unor componente ale unui aparat complex care intră în funcțiune într-o zonă limitată de valori ale măsurandului, tipic aparatelor electronice numerice). Un aparat în stare de funcționare bună trebuie să nu aibă erori de histerezis (mărimea acestora să fie sub eroarea admisibilă de citire). În ce privește celelalte erori de liniaritate (altele decât de histerezis), mărimea lor (inerență construcției) servește pentru caracterizarea calității aparatului prin clasa de precizie (se va detalia în capitolul despre erorile de măsură).

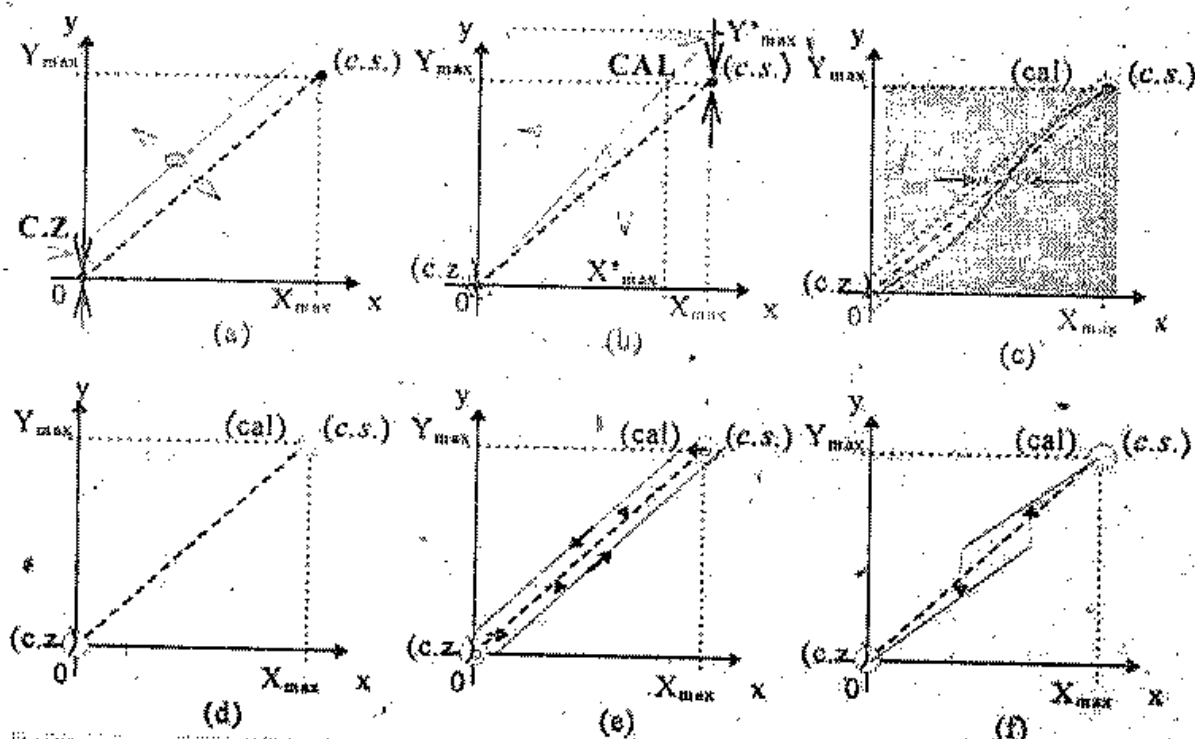


Fig. 1.8. Erori tipice ale caracteristicii statice: a) de zero (de decalaj), b) de factor de scară (de calibrare, de cap scară), c) de liniaritate, d, e, f) de histerezis.

În relație cu caracteristica statică de transfer se definesc *sensibilitățile*:

- *Integrală sau medie*, definită pe întreg domeniul ca raportul: $S = \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}$, care în cazul în care $X_{\min} = 0$ și $Y_{\min} = 0$ devine $S = \frac{Y_{\max}}{X_{\max}}$, sau definită într-un punct dat $s = \frac{y}{x}$. În cazul unei

caracteristici liniare are aceeași valoare pe întreg domeniul sau în orice punct; în cazul unei caracteristici neliniare este doar o mărime convențională.

- *diferențială sau locală*, definită ca $S_d(x) = \left. \frac{dy}{dx} \right|_x$. În cazul unei caracteristici liniare este o constantă și are aceeași valoare cu cea integrală; dată cu toleranță $S_d(x) \pm \varepsilon$ poate servi ca mod de caracterizare a erorii de liniaritate. În cazul unei caracteristici neliniare este o funcție particulară ce poate fi dată analitic sau grafic.

- *relativă sau normală*, definită ca $S_r(x) = \left. \frac{dy/y}{dx/x} \right|_x$. În cazul unei caracteristici liniare are valoarea

1, încât dată cu toleranță $1 \pm \varepsilon$ poate servi ca mod de caracterizare a erorii de liniaritate; se poate folosi și pentru compararea calității unor aparate cu domenii diferite de măsură. În cazul unei caracteristici logaritmice este o constantă și toleranța acesteia caracterizează abaterile de la legea logaritmica.

Comportarea statică este caracterizată și prin alte două mărimi caracterizând comportarea locală: rezoluția și pragul de sensibilitate. Rezoluția aparatului este variația minimă a măsurandului de intrare (Δx_{min}^{res}) care duce la o variație a ieșirii Δy_{min}^{res} mai mare decât eroarea admisibilă de citire. Pragul de sensibilitate este variația minimă a măsurandului de intrare ($\Delta x_{min}^{s.e.}$) care duce la o variație a ieșirii $\Delta y_{min}^{s.e.}$ mai mare decât eroarea admisibilă totală (incluzând eroarea admisibilă de citire și eroarea instrumentală, evident $\Delta y_{min}^{res} < \Delta y_{min}^{s.e.}$ deci $\Delta x_{min}^{res} < \Delta x_{min}^{s.e.}$). Rezoluția caracterizează capacitatea aparatului de a discrimina valori apropiate ale măsurandului, în timp ce pragul de sensibilitate determină capacitatea informațională a acestuia; întrucât valori ale măsurandului mai apropiate decât pragul de sensibilitate nu pot fi garantate ca distincte (din cauza erorilor) un aparat analogic execută un fel de cuantizare implicită.

• **Dinamic.** Comportarea dinamică a aparatului se caracterizează prin caracteristica de frecvență (răspunsul $Y(\omega)$ la măsurand de intrare variabil sinusoidal în timp) și prin răspunsul în timp ($y(t)$ la aplicarea măsurandului sub formă de treaptă); între cele două caracteristici există corespondența obișnuită, bazată pe transformarea Laplace directă și inversă. Aparatele electrice de măsură au în general ecuația de mișcare a echipajului mobil de ordinul 2 (rareori de ordinul 1) iar la aparatele electronice răspunsul este dominat de unul din etaje, mai lent, încât se comportă tot ca un sistem de ordinul 1 sau 2 (această comportare este deseori urmărită din proiectare, întrucât aparatele electronice pot fi folosite adeseori ca element de intrare în bucle de reglare automată a căror stabilitate la autooscilații trebuie asigurată). De altfel numai o astfel de comportare simplă poate asigura o comoditate suficientă de citire a rezultatului în caz de variație rapidă a valorii măsurandului de intrare.

În fig. 1.9 sunt reprezentate tipurile frecvente de caracteristici de frecvență/răspunsuri tranzitorii și anume de ordinul 1 sau de ordinul 2 cu amortisment în jurul valorii critice (la abateri prea mari față de această valoare răspunsul este fie prea lent, fie cu oscilații oboseitoare pentru operator, zona umbrită - cu $\zeta = 0,6 \pm 1,0$ - fiind optimă din acest punct de vedere). La aparatele electrice de măsură în particular este preferat un răspuns ușor subamortizat (la o supracreștere în frecvență - s.c.f. - de cca. 0,2+0,3 dB corespunde o supracreștere acceptabilă în timp - s.c.t. - de

cca. 2-5%), care evită oprirea prematură a mișcării echipajului mobil din cauza frecării uscate în lagăre (forța de frecare între două suprafețe fiind mai mică dacă sunt în mișcare relativă și mai mare în repaus).

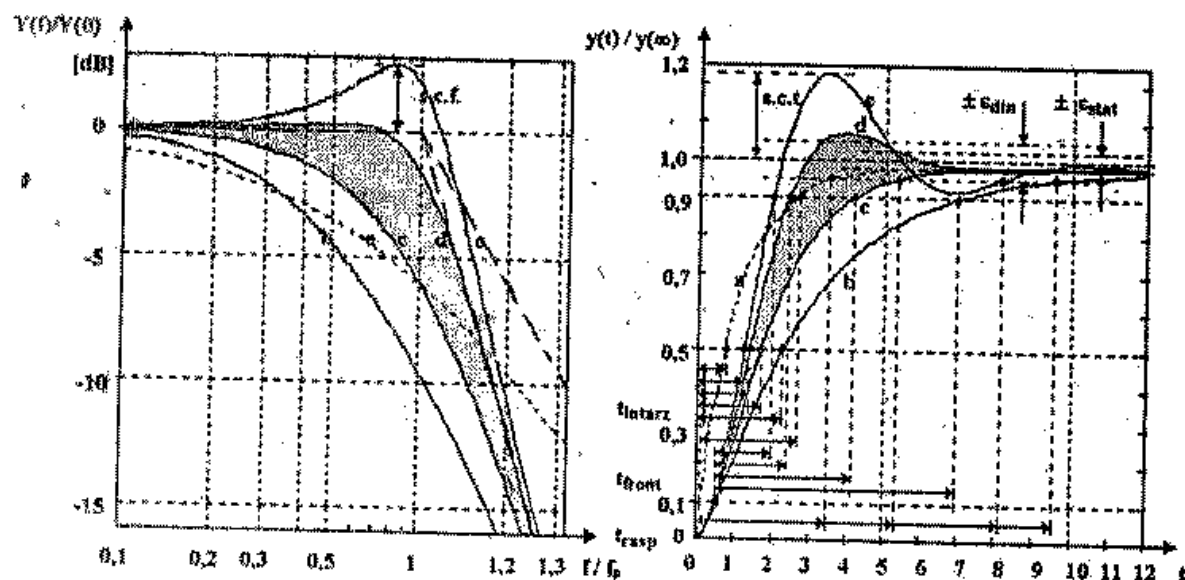


fig. 1.9. Răspunsul în frecvență și în timp pentru sisteme:
a) de ordinul unu: $1/(s+s_p)$, cu $s_p=1$;
b,c,d,e) de ordinul doi: $1/(s^2 + 2\zeta s + \omega_p^2)$ cu $\omega_p=1$ și $\zeta = 0.4 / 0.6 / 1.0 / 1.5$

Informațional. Cantitatea de informație adusă de o variabilă având n valori posibile este $I = \log_2(n)$. Din cauza pragului de sensibilitate (Δx_{min}^{rel}) un aparat de măsură distinge corect în domeniul său de măsură un număr de valori $n = (X_{max} - X_{min}) / (2 \cdot \Delta x_{min}^{rel})$; valorile mai apropiate decât acest prag neputând fi considerate sigur distincte (din cauza erorilor) chiar și un aparat analogic execută un fel de cuantizare implicită. Pragul de sensibilitate este legat de clasa de precizie (c) a aparatului prin relația $(\Delta x_{min}^{rel}) = (X_{max} - X_{min}) \cdot c / 100$. Rezultă cantitatea de informație obținută la măsurarea cu un aparat de clasă c : $I_{max}(X_{max}) = \log_2(100/2c)$ și numărul de repere necesare în scara aparatului $N_{rep\ nec} = (100/2c) + 1$. În realitate numărul de repere trasate într-o scară de aparat analogic este mai mare, pentru ușurința citirii și interpolării; de asemenea numărul de cifre (digiți) din afișajul unui aparat numeric este cu cel puțin o unitate mai mare decât cel necesar conform clasei de precizie (și deci capacității informaționale).
Observație: orice citire / manevră / reglare incorectă reduce capacitatea informațională reală a aparatului față de valoarea dedusă mai sus.

1.3. Erori de măsură.

1.3.1. Cauze, clasificare.

Valoarea măsurată a unei mărimi, fiind obținută printr-o experiență fizică folosind aparate/mijloace de măsură neideale, diferă de valoarea adevărată a măsurandului prin eroarea de măsură: $X_{mas} = X_{ad} \pm E$.

- Cauzele erorilor se pot grupa în patru categorii:

a) *obiectul de măsură (O.M.)* - duce la apariția erorilor *de model*; măsurarea unui parametru al O.M. se face conform unui model care conține simplificări/neglijări/aproximații care duc inerent la erori sistematice (de ex. măsurarea rezistenței în direct a unei diode - caracteristica u-i a diodei este exponențială nu liniară).

b) *aparatură de măsură (A.M.)* - duce la apariția erorilor *instrumentale* (determinate de limitările constructive în funcționarea corectă, după efectuarea corectă a tuturor reglajelor).

c) *interacțiunea A.M. $\Leftrightarrow$ O.M.* - duce la apariția erorilor *de interacțiune*, întrucât A.M. consumă o energie de măsură din energia existentă în O.M. (fie generată, fie rezultată în urma unei activări externe), încât de fapt se măsoară valoarea parametrului respectiv *în prezența A.M.*

d) *influențele externe* - duc la apariția erorilor *de influență*; factori de influență pot fi obiectivi (temperatura ambiantă și internă a aparatului, timpul, starea higrometrică, presiunea atmosferică, câmpurile electrice și magnetice externe etc.) cauzând erori obiective, sau pot fi subiectivi (depinzând de operator și de metoda de lucru) cauzând erori subiective.

- Modul de manifestare a erorilor la repetarea măsurărilor ne permite împărțirea erorilor în:

a) erori variabile lent în raport cu timpul total de măsură - acestea sunt *erori sistematice* (cu excepția corecțiilor cunoscute care trebuie efectuate); ele nu pot fi puse în evidență decât prin informații suplimentare (refacerea măsurătorii cu alte aparate/metode mai precise).

b) erori variabile rapid în raport cu timpul total de măsură, practic altă valoare la fiecare măsurătoare - acestea sunt *erori aleatoare*; ele pot fi puse în evidență prin repetarea măsurătorii și pot fi reduse prin prelucrarea statistică a rezultatelor.

c) accidente/erori grosolane/greșeli - valori total în afara intervalului în care se situează valorile repetate.

Făcând o analogie cu terminologia de la amplificatoare erorile sistematice sunt analoage erorii de decalaj (offset) iar cele aleatoare zgomotului (termic etc.).

1.3.2. Caracterizarea calitativă.

Caracterizarea calitativă se face prin intermediul noțiunilor: *justețe, repetabilitate și precizie* (vezi fig. 1.10).

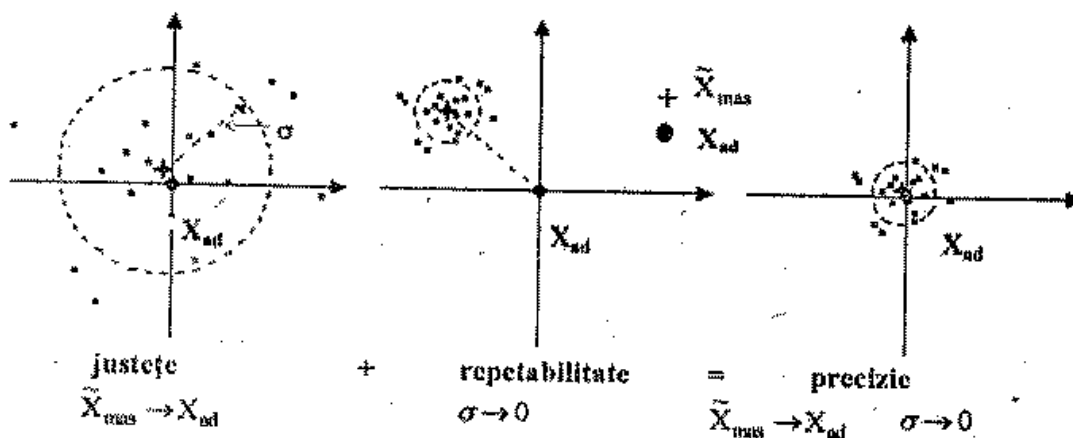
O măsurătoare se consideră *justă* dacă media unui număr mare de măsurători ($\bar{X}_{mas}$) tinde spre valoarea adevărată (X_{ad}), ceea ce denotă lipsa erorilor sistematice.

O măsurătoare se consideră *repetabilă* dacă rezultatele individuale de măsură se grupează strâns în jurul valorii medii ($-\sigma(X_{mas})$ - abaterca medie patratică a rezultatelor individuale de măsură față de valoarea lor medie tinde spre zero), ceea ce denotă erori

aleatoare reduse, chiar dacă această medie diferă semnificativ de valoarea adevărată (din cauza erorilor sistematice).

O măsurătoare care se bucură de ambele proprietăți, de justete și repetabilitate, este o măsurătoare de precizie, având erorile totale (sistematice și aleatoare) reduse.

Se definește *incertitudinea de măsură* ca intervalul probabil (la un nivel de încredere dat) în care se află X_{ad} (nivelul de încredere fiind fracțiunea din totalul rezultatelor de măsură ce se află în interiorul intervalului de incertitudine); estimarea incertitudinii se face prin măsurători repetate și prelucrarea statistică a rezultatelor (pentru erorile aleatoare) și prin folosirea de informații externe obținute cu alte aparate/experiențe (pentru erorile sistematice). De exemplu, în interiorul unui interval $[\bar{X}_{mas} - \sigma(X_{mas}), \bar{X}_{mas} + \sigma(X_{mas})]$ se situează 68,3% din totalul valorilor măsurate, acest interval fiind deci incertitudinea de măsură la nivelul de încredere de 68,3%.



(erori sistematice reduse) (erori aleatoare reduse) (erori totale reduse)

fig. 1.10. Caracterizarea calitativă a erorilor de măsură în funcție de mod de distribuire a rezultatelor măsurărilor mărimii complexe X în jurul valorii adevărate (X_{ad}), luată ca origine a axelor de coordonate.

1.3.3. Caracterizarea cantitativă.

1.3.3.1. Definiții și consecințele lor.

◊ Definiții: Se definesc următoarele erori de măsură:

- *eroare absolută*: diferența între valoarea măsurată și valoarea adevărată a măsurandului

$$E_{abs} = X_{mas} - X_{ad};$$

- *eroare relativă*: raportul între eroarea absolută și valoarea adevărată a măsurandului

$E_{rel} = E_{abs} / X_{ad}$; (se poate exprima direct ca raport, sau înmulți cu 10^2 și exprima în procente [%], sau înmulți cu 10^3 și exprima în promile [‰], sau înmulți cu 10^6 și exprima în părți per milion [ppm]);

- *eroare raportată*: raportul între eroarea absolută și o valoare de referință - X_{ref} - convențională, a măsurandului, de obicei valoarea maximă a scării/valoarea cap de scară - $X_{c.s.}$ - sau valoarea corespunzătoare reperului de calibrare trasat în scară - $X_{r.c.}$ - (sau o altă

valoare potrivită, de ex. în cazul ohmmetrului valoarea mijlocului de scară - $X_{m.s.} \leftrightarrow$ gradația $\times 1$ -, întrucât $X_{c.s.} = \infty$)

$E_{rap} = E_{abs} / X_{ref / c.s. / r.c. / m.s.}$; (exprimabilă ca raport, în procente, promile sau ppm.).

Definițiile acestea, întru totul corecte formal, suferă de neajunsul că valoarea X_{ad} este necunoscută; în practică se înlocuiesc cu valorile lor zise convenționale, obținute prin înlocuirea valorii adevărate X_{ad} cu valoarea etalon X_{et} (determinată cu aparate/metode mai precise), deci practic folosim definițiile:

- eroare absolută convențională: $E_{abs}^{conv} = X_{max} - X_{et}$;

- eroare relativă convențională: $E_{rel}^{conv} = E_{abs}^{conv} / X_{et} \cong E_{abs}^{conv} / X_{max}$ (se înlocuiește X_{et} cu X_{max} întrucât la erori mici prin această înlocuire se comite o eroare de ordinul 2, acceptabilă căci valoarea erorii se exprimă cu puține zecimale, rotunjit superior acoperitor, din cauza componentei aleatoare; în schimb se ocolește folosirea valorii etalon);

- eroare raportată convențională: $E_{rap}^{conv} = E_{abs}^{conv} / X_{c.s.}$ (sau X_{ref} etc.).

Observație: se omite (se subînțelege) de obicei precizarea *convențională* pentru simplificarea exprimării și scrierii.

Se definește *clasa de precizie* a unui aparat ca eroarea raportată limită/maximă intrinsecă (determinată în condiții metrologice standard de temperatură, presiune atmosferică, umiditate etc. - $23,5 \pm 0,5$ °C, 760 mm.col.Hg, 60% umiditate etc. -, prin măsurători repetate de un număr mare de ori și prelucrare statistică a rezultatelor, bineînțeles după efectuarea corectă a tuturor reglajelor disponibile), exprimată în procente dar fără a scrie % :

$$c = 100 \cdot |E_{rap.p.max}^{intrinsecă}| = 0100 \cdot |E_{abs.lim}^{intrinsecă}| / X_{c.s.} \quad (\text{sau } X_{ref} \text{ etc.}).$$

Erori absolute determinate ca mai sus i se zice și *eroare limită de clasă*. Valoarea c astfel obținută se rotunjește superior la o valoare standard (și se înscrie pe cadranul aparatului la aparatele electrice).

Clasele de precizie standard sunt:

1	1,5	2,5	5	] aparate electrice și electronice analogice de măsură punți de măsură compensatoare de tensiune]	] voltmetre electronice numerice
0,1	0,2	0,5			
0,01	0,02	0,05			
0,001	0,002	0,005			

○ Consecințe:

Acest mod de definire a clasei de precizie (cel mai uzual) are un număr de consecințe:

- eroarea absolută limită comisă la o măsurătoare are valoarea:

$$E_{abs.lim} = \pm (c/100) \cdot X_{c.s.},$$

deci caracteristica statică a aparatului se încadrează într-o fâșie de toleranță (vezi fig.1.11)

Observație: Există posibilitatea de a defini clasa de precizie ca eroare relativă, nu raportată, în care caz caracteristica statică se încadrează într-un sector unghiular de toleranță (se precizează prin înscrierea valorii c într-un cerc - este totuși mai rar folosită). Există și posibilitatea definirii combinate, printr-o eroare absolută și o eroare relativă, în care caz caracteristica

statică se încadrează într-o fâșie plus un sector de toleranță; este caracteristică unor aparate electronice mai complicate.

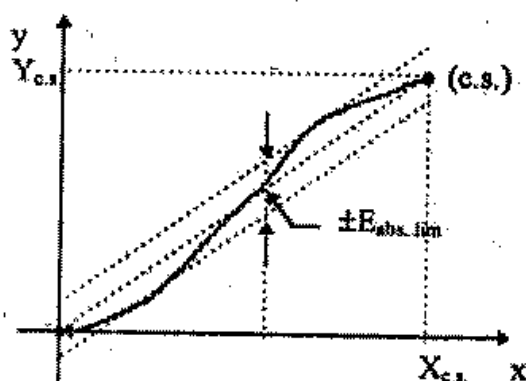


fig. 1.11. Fâșia de toleranță corespunzătoare clasei de precizie.

- valoarea adevărată se situează în limitele: $X_{ad} \in [X_{max} - |E_{abs.lim}|, X_{max} + |E_{abs.lim}|]$
- eroarea relativă a unei măsurători executată cu un aparat de clasă de precizie c este variabilă cu valoarea măsurandului în raport cu valoarea cap de scară, apărând un factor de multiplicare a erorii în raport cu valoarea minimă de la cap de scară:

$$|E_{rel}| = |E_{abs} / X_{max}| \leq |E_{rel.lim}| = |E_{abs.lim} / X_{max}| = (c/100) \cdot |X_{c.s.} / X_{max}|$$

$$|E_{rel}| = m \cdot (c/100), \text{ cu } m = 100 \cdot (|E_{abs.lim}| / c)$$

Valoarea m depinde de poziția valorii citite în cuprinsul scării aparatului (față de valoarea cap de scară) ca în fig. 1.12.

- Variația erorii relative cu poziția citirii în cuprinsul scării are consecințe în privința stabilirii scârilor multiple:

Se observă că, în cazul unui aparat cu o singură scară, la măsurarea unor valori mici, tinzând spre zero, factorul de multiplicare a erorii relative tinde spre infinit; în consecință este necesar ca un aparat să aibă mai multe scări pentru a păstra o valoare acceptabilă a erorii relative de măsură într-un domeniu de măsură mai larg.

Prima soluție care se impune este comutarea decadică a scârilor (în secvență $\dots 0,1 / 1 / 10 \dots$), impusă bineînțeles de sistemul de numerație; în această situație aparatul poate avea o eroare cu un ordin de mărime mai mare decât cea de clasă în cazul măsurărilor defavorizate (imediat peste o valoare cap de scară), dar de îndată ce valoarea măsurată scade sub $0,1$ din $X_{c.s.}$ se poate comuta scara, revenind la o eroare acceptabilă. În cazul aparatelor numerice aceasta este singura posibilitate, dar în cazul aparatelor analogice este posibilă o comutare cu una, două scări intermediare pe decadă încât factorul de multiplicare a erorii relative în cazul cel mai defavorabil (imediat peste o valoare cap de scară) să aibă o valoare mai mică și aceeași pe toate scările.

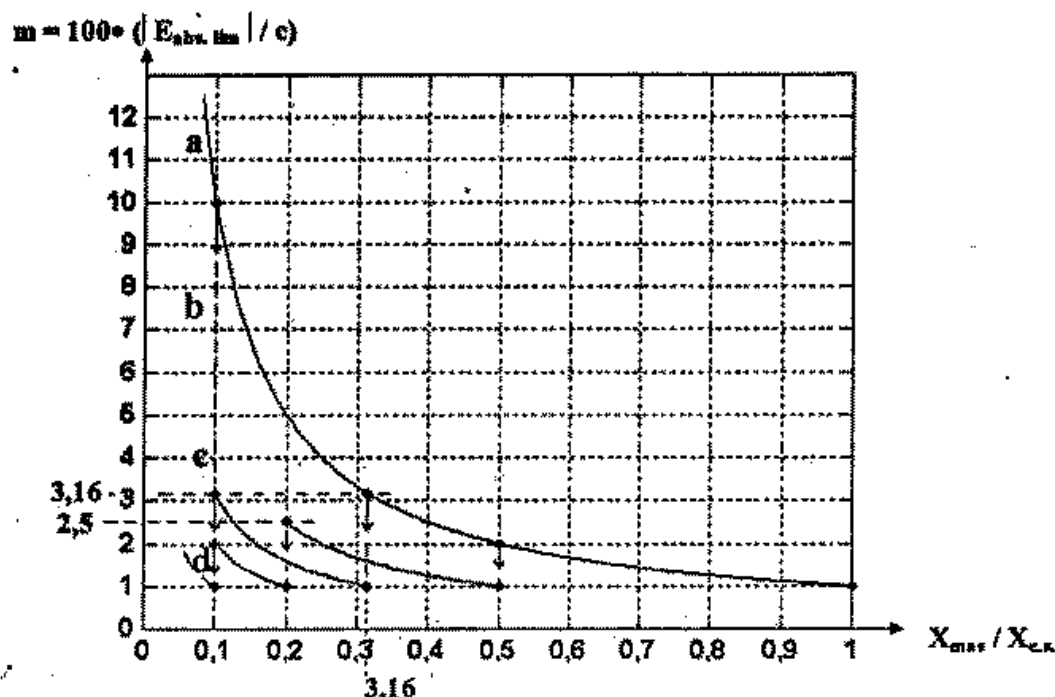


fig. 1.12. Factorul de multiplicare a erorii relative limită în funcție de valoarea citită în scară pentru cazurile:

- a - o singură scară;
- b - scări comutabile decadice (în secvența 0,1 / 1 / 10...);
- c - două scări pe decadă (în secvența 0,1 / 0,3 (0,316) / 1 / 3 / 10 ...);
- d - trei scări pe decadă (în secvența 0,1 / 0,2 / 0,5 / 1 / 2 / 5 / 10 ...);

Pentru o scară intermediară pe decadă aceeași condiție devine :

$$0,1 \cdot X_{c.s.} / X_{c.s.i.} = X_{c.s.i.} / X_{c.s.},$$

de unde: $X_{c.s.i.} = \sqrt{0,1 \cdot X_{c.s.}} \approx 0,316 \cdot X_{c.s.}$

* (secvența de comutare a scărilor succesive

0,1 / 0,3 (0,316) / 1 / 3 (3,16) / 10 ...).

Se trasează două șiruri de gradajii pe aceeași scară, pentru a beneficia de aceeași precizie de citire (din punct de vedere geometric, vezi figura 1.13). În cazul defavorabil $m = 3,16$.

Pentru două scări intermediare pe decadă condiția ar fi:

$$0,1 \cdot X_{c.s.} / X_{c.s.i.1} = X_{c.s.i.1} / X_{c.s.i.2} = X_{c.s.i.2} / X_{c.s.}$$

de unde: $X_{c.s.i.1} = 0,1^{2/3} \approx 0,2154$

și $X_{c.s.i.2} = 0,1^{1/3} \approx 0,4642$,

valori care duc la scări ce nu mai pot fi trasate pe același arc de cerc, ci necesită trasarea unui al doilea arc de cerc interior primului pe care eroarea de citire ar fi mai mare, acesta fiind mai scurt. În consecință se adoptă valorile $X_{c.s.i.1} = 0,2$ și $X_{c.s.i.2} = 0,5$ (secvența de comutare

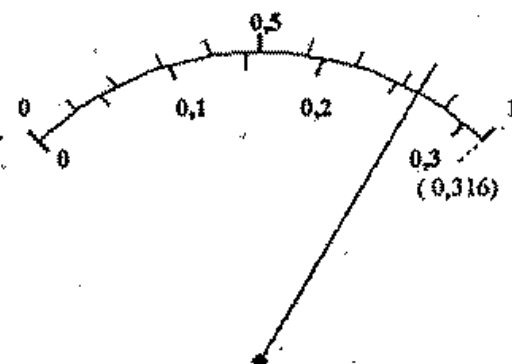


fig. 1.13

... 0,1 / 0,2 / 0,5 / 1 / 2 / 5 / 10 ...), eventual, mult mai rar, $X_{c.a.1.1} = 0,2$ și $X_{c.a.1.2} = 0,4$ (secvența de comutare ... 0,1 / 0,2 / 0,4 / 1 / 2 / 4 / 10 ...), încălcând ușor condiția dar permițând folosirea unei singure scări 0 ÷ 1. În cazul defavorabil $m = 2,5$.

Din aceleași motive rezultă că folosirea a mai mult de două scări intermediare pe decadă nu are niciun sens.

* Propagarea erorilor în cazul măsurătorilor indirecte. În cazul măsurătorilor indirecte, în care valoarea măsurată (X) se află prin calcul conform unei relații cunoscute $X = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, pe baza valorilor obținute prin măsurarea directă a altor mărimi (X_i), se cunosc erorile relative limită ale valorilor acestora (pe baza clasei de precizie c_i a acestora, a scărilor pe care s-a măsurat $X_{c.a.1}$ și a valorilor măsurate X_i , conform relației stabilite anterior $|E_{r.l.}^{(X_i)}| = (c_i / 100) \cdot |X_{c.a.1} / X_i|$). Se poate determina eroarea relativă limită a rezultatului ($E_{r.l.}^{(X)}$) cu formula zisă a propagării erorilor, dedusă după cum urmează:

* diferențiem formula:
$$dX = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial X_i} dX_i$$

treceam la diferențe finite:
$$|\Delta X_{\max}| \leq \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot \Delta X_{i,\max} \right| = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot X_i \cdot E_{r.l.}^{(X_i)} \right|$$

de unde :

$$|E_{r.l.}^{(X)}| = \left| \frac{\Delta X_{\max}}{X} \right| = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot \frac{X_i}{X} \cdot E_{r.l.}^{(X_i)} \right|$$

Note: - în cazul unor funcții cupinzând numai operații de înmulțire, împărțire și ridicare la putere se poate deduce formula finală prin logaritmare, diferențiere, trecere la diferențe finite; această variantă de deducere este cunoscută ca metoda derivatelor logaritmice (evident duce la același rezultat);

- unele rezultate se pot reține ușor: astfel în cazul funcțiilor sumă *eroarea absolută limită a rezultatului este suma erorilor absolute limită* ale variabilelor, în cazul funcțiilor produs / raport *eroarea relativă limită a rezultatului este suma erorilor relative limită* ale variabilelor etc.

1.3.3.2. Caracterizarea cantitativă a erorilor aleatoare.

La măsurarea repetată a aceleiași mărimi, diferite valori măsurate X_m apar cu frecvențe diferite.

Dacă diferiții factori care determină componenta aleatoare a erorii sunt mulți, independenți între ei, aleatori ei înșiși având probabilități egale pentru valori mari sau mici, pozitive sau negative, atunci reprezentarea frecvenței de apariție normală (numărul de apariții a valorii / numărul total de valori măsurate, $f_n = n(X_m) / n$) în funcției de valoarea măsurată tinde (când $n \rightarrow \infty$) spre curba denumită clopotul lui Gauss (vezi fig. 1.14), centrată pe valoarea medie μ și având lărgimea la 0,606 din valoarea de vârf egală cu abaterea medie pătratică σ . Valoarea cea mai probabilă este valoarea medie μ , diferența între această și valoarea adevărată X_{ad} este dată de erorile sistematice, o curbă mai îngustă denotă erori

aleatoare mai reduse. Altfel spus erorile aleatoare au o distribuție normală (Gauss) a densității de probabilitate de apariție a unei valori.

Pentru un număr n_1 finit de măsurători curba are o alură similară, dar este mai neregulată iar media grupului de măsurători $\tilde{X}(n_1)$ diferă de μ , abateri care sunt mai accentuate pentru n_1 mai mic. Dacă se consideră m grupuri de câte n_1 măsurători, mediile lor $\tilde{X}_i(n_1)$ cu $i = 0 + m$ sunt tot o variabilă aleatoare cu aceeași valoare medie μ dar cu o dispersie $\sigma(\tilde{X}(n_1))$ mult mai redusă, curba frecvenței normale $f.n.(\tilde{X}(n_1))$ rezultând tot un clopot Gauss, dar mult mai îngust.

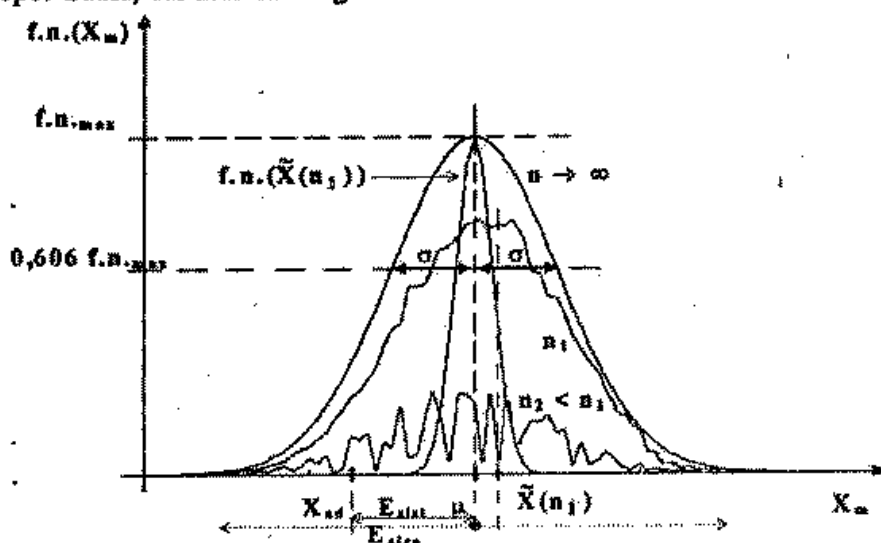


fig. 1.14. Frecvența de apariție normală a valorii X_m .

Se definesc: $\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{X}(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{m,i}$

și $\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_{m,i} - \mu)^2}$

cu care valori densitatea de probabilitate de apariție a valorii X_m este:

$$p(X_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{(X_m - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad \text{cu } X_m \in (-\infty, +\infty)$$

Notă: În cazul în care ipotezele de mai sus nu sunt satisfăcute curba prezintă mai multe maxime, ceea ce denotă existența unor corelații între cauzele de eroare; acestea pot fi studiate și eventual îndepărtate numai în fiecare caz particular în parte (dacă decorelarea este posibilă se revine la cazul general).

Cîteva proprietăți ale distribuției Gauss și consecințele lor
Cazul $n \rightarrow \infty$:

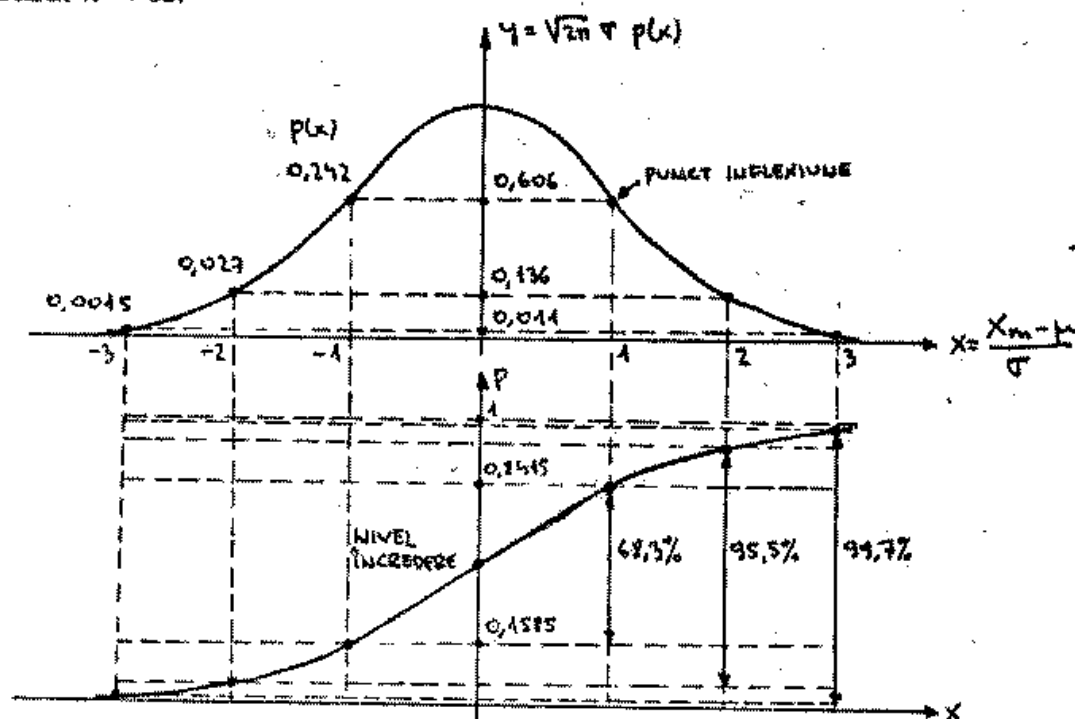


Figura 1.15 Distribuția Gauss pentru $n \rightarrow \infty$

În figura 1.15 este reprezentată curba densității de probabilitate în cazul densității normale (Gauss), normalizate (în raport cu valoarea maximă și cu abscisa măsurată în unități σ) și funcția de repartiție $P(X_m \leq X_1)$ corespunzătoare (probabilitatea ca o valoare măsurată să aibă cel mult valoarea X_1 , denumită și funcția Laplace). Acestea au expresiile:

$$y(x) = \sqrt{2\pi} \sigma \cdot p(x)$$

unde $p(x) = p(X_m)$ cu $x = (X_m - \mu)/\sigma$;

$$P(X_m \leq X_1) = \int_{-\infty}^{X_1} p(X_m) dX_m \Rightarrow P(X) = \int_{-\infty}^{X_1} y(x) dx$$

Pe figură sînt evidențiate punctele cele mai importante; punctul de inflexiune este la distanța σ pe axa x față de centru, și pe graficul frecvenței de repartiție (de asemenea, normalizată) din figura 1.15 se observă că 68.3% din măsurători cad la distanța σ față de centru, 95.5% cad la 2σ , și 99.7% la 3σ .

Se numește nivel de încredere:

$$P(X_1 < X_m < X_2) = \int_{X_1}^{X_2} p(X_m) dX_m$$

În consecință:

$$X_{ad} = \begin{cases} \mu \pm \sigma & \text{cu nivel de încredere 68.3\%} \\ \mu \pm 3\sigma & \text{cu nivel de încredere 99.7\%} \end{cases}$$

Pentru cazul n finit, $n > 100$ rezultatele sînt similare, dar μ se înlocuiește cu valoarea medie $\bar{X}$ și σ cu s ; valorile sînt estimate pe populații finite, ceea ce duce la lărgirea curbei și la deplasarea maximului ei:

$$\bar{X}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{m,i} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mu$$

$$s(n) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{m,i} - \bar{X})^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma$$

Pentru mai multe grupuri de n măsurători, $\bar{X}(n)$ este o variabilă aleatoare care tinde spre μ și are în jurul acestei valori o dispersie mai redusă decît a variabilei X_m :

$$s(\bar{X}(n)) = \frac{s(n)}{\sqrt{n}} < \sigma$$

Așadar, incertitudinea măsurătorii scade de $\sqrt{n}$ ori dacă se ia media a n măsurători în locul unei măsurători. Relațiile dinainte devin:

$$X_{ad} = \begin{cases} \bar{X}(n) \pm s(\bar{X}(n)) & \text{cu nivel de încredere 68.3\%} \\ \bar{X}(n) \pm 3s(\bar{X}(n)) & \text{cu nivel de încredere 99.7\%} \end{cases}$$

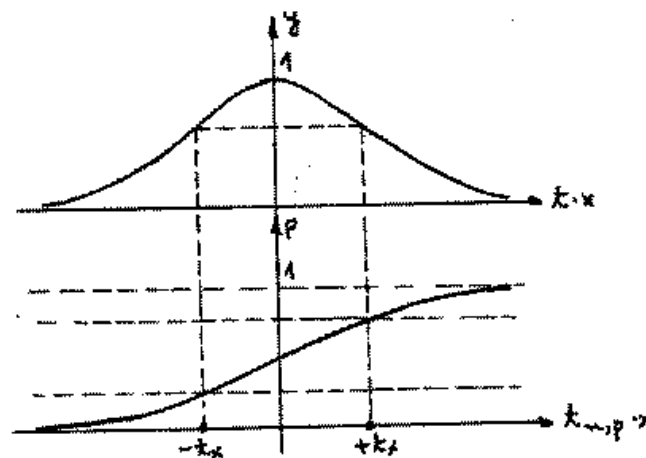


Figura 1.16 Distribuția Student

Pentru n finit și mic (< 100), curba se lărgeste în funcție de valoarea lui n , cu un coeficient numit *coeficientul lui Student* și notat $t(n, P)$, unde P este nivelul de încredere. În figura 1.16 sînt redesenate graficele din figura 1.15, observînd că pe axa x se introduce coeficientul de corecție t , care se găsește tabelat. În tabelul următor sînt date cîteva valori uzuale.

n	P = 0.683	P = 0.955	P = 0.997
∞	1	2	3
20	1.03	2.14	3.45
10	1.06	2.33	4.09
5	1.14	2.87	6.62
3	1.32	4.53	19.2

Și putem afirma că valoarea adevărată se găsește în următorul interval (cu nivelul de încredere P):

$$X_{ad}(n, P) \in \hat{X}(n) \pm t(n, P) \frac{s(n)}{\sqrt{n}}$$

Capitolul 2

Măsurarea impedanțelor

2.1 Elemente dipolare de circuit

2.1.1 Reprezentarea elementelor dipolare ideale

2.1.1.1 Elemente ideale

Elementele ideale sînt acelea caracterizate de numai una din mărimile R, L, C . Expresia tensiunii la borne în funcție de curentul care trece prin element este, respectiv:

$$U(\omega) = RI(\omega), \quad R = 1/G \quad \text{---} \boxed{} \text{---} \quad (2.1)$$

$$U(\omega) = j\omega LI(\omega), \quad X_L = \omega L \quad B_L = -1/\omega L \quad \text{---} \text{~~~~~} \text{---} \quad (2.2)$$

$$U(\omega) = I(\omega)/j\omega C, \quad X_C = -1/\omega C \quad B_C = \omega C \quad \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \quad (2.3)$$

unde $G = 1/R$ este conductanța și $jB = 1/jX$ este susceptanța.

2.1.1.2 Impedanțe ideale dipolare

Impedanța se definește ca raportul între tensiunea și curentul măsurate la aceeași pereche de borne, fiind un număr complex:

$$Z(\omega) = \frac{U(\omega)}{I(\omega)} = \frac{1}{Y(\omega)} \quad (2.4)$$

iar $Y = 1/Z$ este admitanța.

Se folosesc trei moduri de reprezentare a impedanței:

- reprezentarea carteziană, prin parte reală și imaginară:

$$\begin{cases} Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega) \\ Y(\omega) = G(\omega) + jB(\omega) \end{cases} \quad (2.5)$$

cu $Z = 1/Y$, rezultă:

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2} \quad R = \frac{R}{G^2 + B^2} \quad X = \frac{-B}{G^2 + B^2} \quad (2.6)$$

(unde R, G, X și B sînt funcții de ω , spre deosebire de cazul elementelor simple care sînt constante cu frecvența).

- reprezentarea polară, prin modul și unghi:

$$\begin{cases} Z(\omega) = |Z(\omega)|e^{j\varphi(\omega)} \\ Y(\omega) = |Y(\omega)|e^{-j\varphi(\omega)} \end{cases} \quad (2.7)$$

adică unghiul în reprezentarea ca admitanță este unghiul în reprezentarea ca impedanță cu semn schimbat.

Relațiile de legătură între elementele reprezentării polare și carteziane sînt:

$$\begin{cases} |Z| = \sqrt{R^2 + X^2} & |Y| = \sqrt{G^2 + B^2} \\ \varphi = \arctg \frac{X}{R} = -\arctg \frac{B}{G} \end{cases} \quad (2.8)$$

Se mai folosește și unghiul de pierderi, definit ca:

$$\delta = \frac{\pi}{2} - |\varphi| \quad (2.9)$$

- reprezentarea mixtă: se ia o componentă a reprezentării carteziane, de obicei componenta L sau C , serie sau paralel (după cum provine din X sau B) și una a reprezentării polare, de obicei factorul de calitate Q sau de pierderi D .

$$\begin{cases} R, G, \underbrace{X, B}_{(L, C)_{s/p}} \\ Q(\omega) = |\operatorname{tg}(\varphi(\omega))| = \frac{|X|}{R} = \frac{|B|}{G} \quad D(\omega) = \operatorname{tg} \delta(\omega) = \frac{1}{Q(\omega)} \end{cases} \quad (2.10)$$

Cele 3 reprezentări posibile sînt echivalente, în sensul că mărimile din oricare reprezentare pot fi scrise funcție de mărimile din altă reprezentare:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{Y} = R + jX = \frac{1}{G + jB} = |Z|e^{j\varphi} = \frac{1}{|Y|e^{-j\varphi}} = X(\pm \operatorname{tg} \delta + j) \\ &= X(\pm D + j) = X\left(\pm \frac{1}{Q} + j\right) = X\left(\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi + j}\right) = \dots \end{aligned} \quad (2.11)$$

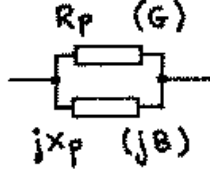
A măsura o impedanță înseamnă a determina oricare pereche de valori din care se poate deduce oricare alta.

Reprezentarea la frecvență fixă: după cum s-a văzut, o impedanță poate fi reprezentată atît ca circuit echivalent serie, cit și paralel. Dacă în cazul reprezentării carteziane nu apare

nici o ambiguitate, în cazul reprezentării mixte, folosindu-se *același* elemente (R, L, C), putem deduce relații de echivalență între elementele schemei serie și ale celei paralele:

Cele 2 reprezentări sunt ale aceleiași impedanțe, trebuie să aibă același modul și unghi, deci rezultă relațiile:





$$\sqrt{R_s^2 + X_s^2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{X_p^2}}} \quad \text{și} \quad \frac{X_s}{R_s} = Q_s = Q = Q_p = \frac{B}{G} = \frac{\frac{1}{X_p}}{\frac{1}{R_p}} = \frac{R_p}{X_p} \quad (2.12)$$

$$R_s \sqrt{1 + Q^2} = \frac{R_p}{\sqrt{1 + Q^2}} \quad \text{și} \quad X_s \sqrt{1 + D^2} = \frac{X_p}{\sqrt{1 + D^2}}$$

se obține:

$$R_s = \frac{R_p}{1 + Q^2}, \quad X_s = \frac{X_p}{1 + D^2} \quad (2.13)$$

adică:

$$C_s = C_p(1 + 1/Q^2), \quad L_s = \frac{L_p}{1 + 1/Q^2} \quad (2.14)$$

Se observă deci că pentru $Q > 10$, $(L, C)_s \approx (L, C)_p$, deci pentru componente uzuale și aparate de măsură de precizie redusă nu contează modelul folosit. Dacă însă se fac măsurători de precizie (erori de ordinul $10^{-3} \dots 10^{-6}$) este important de cunoscut modelul, altfel rezultatul măsurătorii va fi incorect.

2.1.2 Impedanțe multipolare

2.1.2.1 Definiții.

Prin multipol se înțelege un circuit care are mai mult de două borne; se poate demonstra că orice multipol poate fi descompus în cuadripoli (diporți). În cazul diporților apar două tipuri de impedanțe, de intrare și ieșire (care sînt impedanțe dipolare) și impedanțe de transfer (care sînt raport între tensiuni și curenți la porți diferite). Impedanțele specifice de cuadripol (diferite de cele dipolare) sînt impedanța de transfer în gol, respectiv admitanța de transfer în scurt-circuit:

$$\begin{aligned} Z_{tg} &= \frac{U_{og}}{I_{IN}} \\ Y_{ts} &= \frac{I_{osc}}{U_{IN}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

De exemplu, tensiunea din secundarul unui transformator, în funcție de curentul din primar se scrie $U_{osc} = j\omega M I_{pr}$ și putem identifica $Z_{tg} = j\omega M$, unde M este impedanța mutuală între primar și secundar. Similar, curentul de colector al unui tranzistor (la semnal mic) se scrie $i_c = g_m v_{be} = Y_{ts} v_{be}$.

2.1.2.2 Impedanțele dipolare reale din punct de vedere al măsurătorilor

Chiar dacă majoritatea elementelor fizice de circuit care sînt folosite ca impedanțe au numai 2 borne, în realitate impedanța propriu-zisă și utilă Z apare în paralel cu rezistențe de scurgere și în serie cu impedanța bornelor și a legăturilor de contact. Așadar, orice model al unei impedanțe reale care prezintă numai 2 borne este implicit un model cu erori, pentru că impedanțele parazite sînt *inseparabile*. Pentru măsurarea precisă este obligatorie folosirea unui model de impedanță multipolară, care include și impedanțele parazite.

Vom analiza efectul impedanțelor parazite în cazul unei rezistențe:

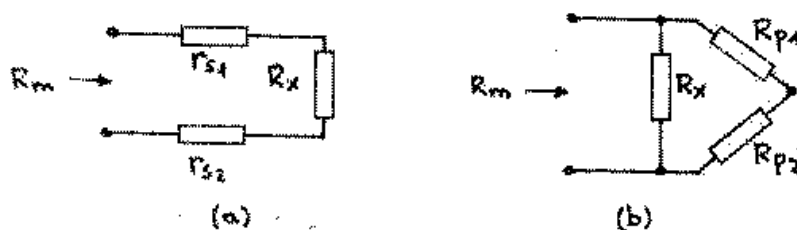


Figura 2.1: Rezistențele parazite serie (a) și paralel (b) la măsurarea R_x

- efectul rezistenței bornelor și al rezistențelor de contact: aceste rezistențe se pot reprezenta, ca în figura 2.1 (a), sub forma a două rezistențe serie r_{s1} și r_{s2} . Notăm r_s suma acestor două rezistențe. Atunci valoarea măsurată R_m și eroarea sistematică au expresia:

$$R_m = R_x + r_s \Rightarrow \varepsilon_{r,sist} = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{r_s}{R_x} \quad (2.16)$$

de obicei, r_s e de ordinul a zeci ... sute de miliohmi, deci efectul său e neglijabil pentru R_x de ordinul kilohmilor sau mai mari, dar este important pentru rezistențe mici.

- efectul rezistențelor de scurgeri: aceste rezistențe, de valoare mare, sînt figurate în figura 2.1 (b) în paralel cu rezistența de măsurat. Dacă notăm $R_p = R_{p1} + R_{p2}$, atunci:

$$R_m = \frac{R_x R_p}{R_x + R_p} \Rightarrow \varepsilon_{r,sist} = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{\frac{R_x R_p}{R_x + R_p} - R_x}{R_x} = \frac{R_x R_p}{R_x + R_p} - 1 = \frac{R_x}{R_x + R_p} \approx -\frac{R_x}{R_p} \quad (2.17)$$

R_p este de ordinul $10^{10} \dots 10^{12} \Omega$ deci efectul său este important doar în cazul măsurării rezistențelor mari.

Observație. În afară de cazul rezistențelor mici, respectiv mari, efectul R_s și R_p mai apare în următoarele cazuri:

- **telemăsură:** există situații cînd obiectul de măsurat se află la distanță mare față de aparatul de măsură, de exemplu măsurarea rezistenței unui termistor plasat într-un cuptor, efectuată din centrul de control; în acest caz, firele de la termistor pînă la aparatul de măsură pot avea o rezistență mai mare chiar decît a termistorului!

- măsurarea *in situ*: uneori este necesară măsurarea unei componente electronice lipită pe o placă de circuit imprimat, fără posibilitatea de a o dezlipi. Rezistențele celorlalte componente, aflate în paralel cu ea, pot fi chiar mai mici decât rezistența de măsurat!

Observație: în cazul măsurării componențelor microelectronice pe cip, apar simultan ambele situații.

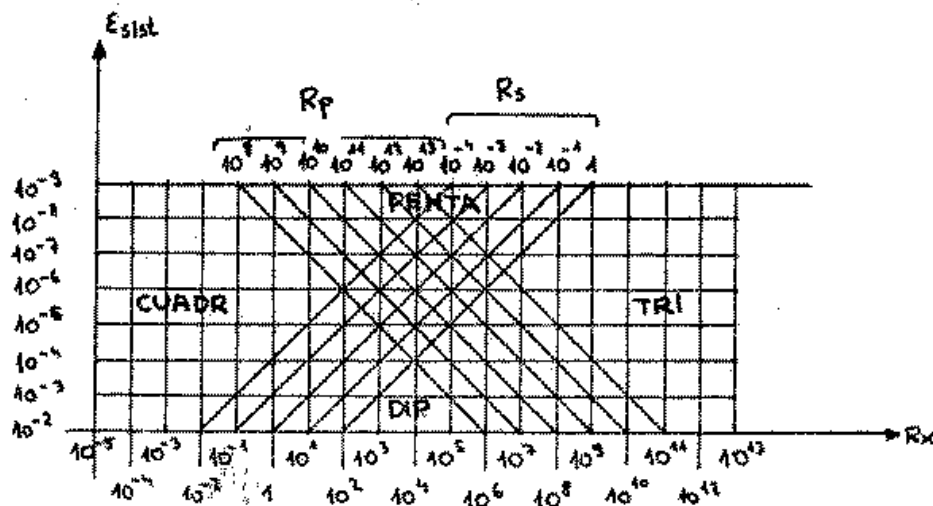


Figura 2.2: Variația erorii sistematice în funcție de valoarea R_x și de modul de conectare

În graficul din figura 2.2 se poate vedea cum variază eroarea sistematică în funcție de valoarea rezistenței R_x . Graficul este trasat pe baza ecuațiilor 2.16 și 2.17. Valoarea erorii se citește, pe ordonată, la intersecția dintre dreapta de $r_s = \text{constant}$ sau $r_p = \text{constant}$ și perpendiculara ridicată de pe abscisă din punctul corespunzător rezistenței R_x date. Se observă că se poate folosi conectarea dipolară doar în zona rezistențelor de valori medii ($10^2 \dots 10^6 \Omega$) și aceasta doar dacă se admit erori nu prea mici ($> 10^{-3} \dots 10^{-4}$). Pentru rezistențele de valori mai mici (stînga graficului) trebuie folosită conectarea cuadripolară, pentru cele mari (dreapta) conectarea tripolară, iar pentru rezistențe de valori medii dar măsurate cu precizie mare, conectarea pentapolară, care combină conectarea tripolară și cuadripolară pentru a elimina atât rezistențele de contact, cît și cele de scurgeri; la frecvențe mai mari, la care dimensiunile montajului devin comparabile cu lungimea de undă, și deci nu mai avem conductoare echipotențiale, măsurarea pentapolară se transformă în măsurare octopolară.

Să analizăm pe rînd fiecare metodă:

- măsurarea tripolară

Modul de conectare al impedanței este dat în figura 2.3 (a). Se urmărește eliminarea influenței impedanțelor Z_{1p}, Z_{2p} , de valoare mare. În general, pentru o componentă fizică care prezintă o impedanță parazită, nu există în mod natural separarea acesteia în două impedanțe în serie. De aceea, montajul de măsură trebuie conceput astfel încît să facă această separare în două impedanțe, plasate fiecare în paralel pe o rezistență mică, astfel ca efectul lor să nu conteze. De exemplu, pentru a elimina rezistența de scurgeri prin izolatorul dintre cele două borne ale unui mega-ohmetru,

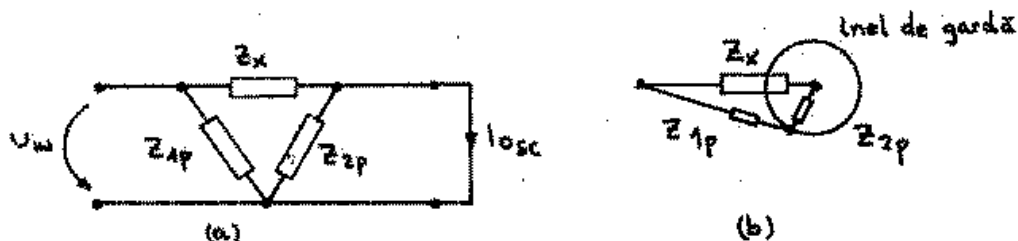


Figura 2.3: Măsurarea tripolară

se prevede un inel conductor (numit *inel de gardă*) care să înconjoare cele două borne. Astfel, inelul întrerupe rezistența parazită și o transformă în două rezistențe aflate în serie. Evident, conectarea tripolară se face la cele două borne și la inel (figura 2.3 (b)).

Se observă pe schema echivalentă din figura 2.3 (b) că Z_{1p} apare în paralel pe sursa de tensiune cu rezistență de ieșire mică, deci curentul absorbit de ea nu intră în I_{osc} , iar prin Z_{2p} nu circulă curent întrucât nu are tensiune la borne (de scurt-circuit la ieșire).

Admitanța măsurată este:

$$Y_m = \frac{I_{osc}}{U_{IN}} = \frac{I_x}{U_x} = \frac{1}{Z_x} \quad (2.18)$$

și se observă că nu depinde de Z_p .

• măsurarea cuadripolară

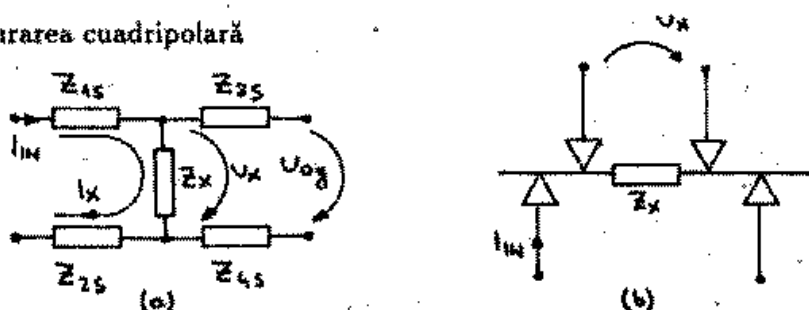


Figura 2.4: Măsurarea cuadripolară

În acest caz, conectarea impedanței necunoscute la bornele aparatului se face cu 4 fire, câte două pentru fiecare terminal Z_x . Printr-o pereche de fire se injectează curent, și prin cealaltă se măsoară tensiunea (figura 2.4 (a)). Cele 4 contacte se mai numesc și contacte Kelvin, și modul lor de conectare este reprezentat în figura 2.4 (b).

Impedanțele $Z_{1s}, i = 1..4$ reprezintă rezistențele de contact și impedanțele firelor de legătură. Pe $Z_{1,2s}$ nu contează căderea de tensiune, aceasta fiind suportată de sursă. Pe $Z_{3,4s}$ nu avem căderi de tensiune, pentru că la ieșire impedanța e mare (gol). Așadar, efectul celor 4 impedanțe este eliminat. Impedanța măsurată este:

$$Z_m = \frac{U_{og}}{I_{IN}} = \frac{U_x}{I_x} = Z_x \quad (2.19)$$

și se observă că nu depinde de Z_s .

• măsurarea pentapolară

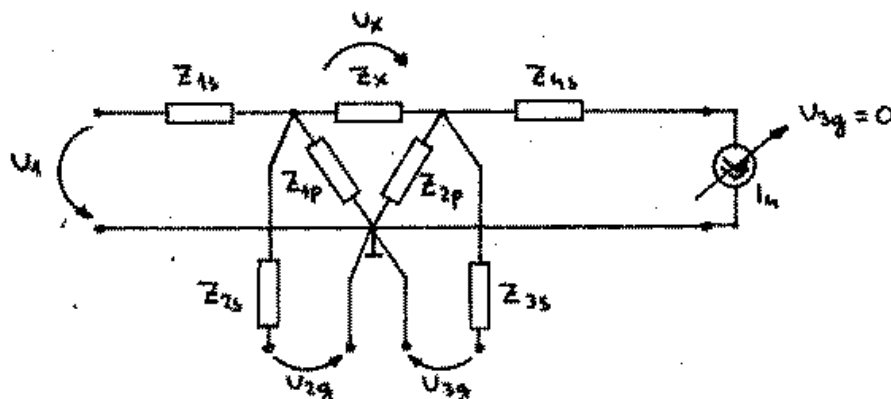


Figura 2.5: Măsurarea pentapolară

Acolo unde precizia măsurătorii impune să se țină seama atât de rezistențele serie, cât și de cele paralel, se folosește conectarea pentapolară (figura 2.5) care combină cele două scheme de pînă acum. La măsurătorile în joasă frecvență, se poate presupune că tresa cablurilor ecranate care se folosesc pe post de sonde de măsură este echipotențială, de aceea am figurat un singur punct de masă și am "mutat" rezistența tresei pe borna caldă, mărind rezistența serie a bornei calde, ceea ce este echivalent din punct de vedere electric.

Se "forțează" prin reglare $I_4 = I_{4f}$ astfel încît să rezulte $U_{3g} = 0$. În aceste condiții, $I_4 = I_x$ deoarece:

- prin Z_{2p} nu circulă curent, ea e deconectată electric prin bootstrapare (potențialele la bornele ei sînt egale);
- prin deconectarea lui Z_{2p} , Z_{4s} apare în serie cu Z_x deci nu contează la măsurarea curentului prin aceasta din urmă;
- curentul prin Z_{1p} și Z_{1s} e furnizat de sursa de tensiune U_1 , cu rezistență mică de ieșire.

Tot datorită egalității potențialelor la bornele lui Z_{2p} , se observă că $U_x = U_{2g}$.

Prin urmare,

$$Y_m = \frac{I_{4f}}{U_{2g}} \Big|_{U_{3g}=0} = \frac{I_x}{U_x} = \frac{1}{Z_x} \quad (2.20)$$

• măsurarea octopolară

La frecvențe mari, ipoteza de la măsurarea pentapolară conform căreia tresa cablurilor ecranate este echipotențială nu mai este adevărată. La lungimi ale conductoarelor de același ordin de mărime cu lungimea de undă, se obțin maxime și minime de tensiune pe toate conductoarele din circuit, inclusiv pe trese. Redesenăm schema de măsură ca în figura 2.6. Se observă că am făcut următoarele modificări:

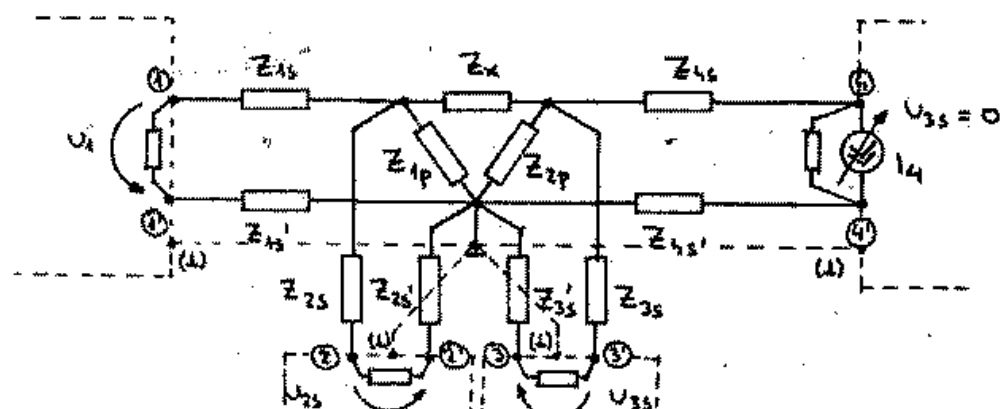


Figura 2.6: Măsurarea octopolară

- apar rezistențe $Z_{is}, Z'_{is}, i = 1 \dots 4$ atât pe firele calde, cât și pe trese (se poate folosi cablu bifilar ecranat, sau coaxial dublu ecranat);
- impedanțele generatoarelor (Z'_1, Z'_4) și ale aparatelor de măsură (Z'_2, Z'_3) nu mai pot fi neglijate, datorită capacităților parazite (la 100MHz, cei 30pF uzuali de la intrarea unui aparat devin 53Ω);
- figurăm și legăturile la pământ ale carcaselor fiecărui aparat, necesare pentru protecția operatorului. Se folosesc aparate având intrări și ieșiri flotante și simetrice (prin transformator de simetrizare).

Măsurătoarea se face acum forțind $I_4 = I_{4f}$ astfel încît tensiunea în sarcină $U_{3s} = 0$ (la frecvențe înalte nu mai putem folosi conceptele de gol sau de scurt-circuit):

$$I_{4f} = I_x \frac{Z'_4 + Z_{4s} + Z'_{4s}}{Z'_4} = I_x \frac{Z'_4 + Z_{4s}}{Z'_4} \quad (2.21)$$

unde am notat $Z_{4s} + Z'_{4s} = Z_{4s}$

De asemenea:

$$U_{2s} \Big|_{U_{3s}=0} = U_x \frac{Z'_2}{Z'_2 + Z'_{2s} + Z_{2s}} = U_x \frac{Z'_2}{Z'_2 + Z_{2s}} \quad (2.22)$$

făcînd o notație similară.

În aceste condiții, admitanța măsurată devine:

$$Y_m = \frac{I_{4f}}{U_{2s}} \Big|_{U_{3s}=0} = \frac{I_x}{U_x} \cdot \frac{Z'_2 + Z_{2s}}{Z'_2} \cdot \frac{Z'_4 + Z_{4s}}{Z'_4} = Y_x \cdot C \quad (2.23)$$

unde C este un factor de corecție care se calculează ținînd seama de impedanțele aparatelor, conexiunilor și obiectului de măsură.

- măsurarea la frecvențe foarte mari

La frecvențe la care dimensiunile fizice ale conductoarelor sînt egale sau mai mici decît lungimea de undă, nici una din schemele de mai sus nu mai funcționează, însuși termenul de impedanță nemaiavînd sens, toți parametrii fiind distribuiți. Se folosește

caracterizarea obiectului de măsurat prin parametri S , incluzând fenomenele de propagare în circuit, măsurările de impedanță fiind înlocuite de măsurări de reflectometrie (atenuare de reflexie, de inserție etc).

Observație

Conectarea tripolară/cuadripolară/pentapolară se folosește la construcția impedanțelor etalon de precizie mare, pentru a permite din start conectarea lor optimă în circuit. În figura 2.7 (a) este reprezentată o impedanță etalon de valoare mare (exemplu: o capacitate de 10pF), inclusă într-o structură de cablu coaxial; figura b) arată o rezistență de valoare mică (exemplu: o rezistență de 10 Ω), prevăzută cu contacte Kelvin pentru separarea bornelor de curent și de tensiune; figura c) descrie modul de construcție al unei impedanțe pentapolare, în care sint scoase 4 cabluri coaxiale diferite (al cincilea contact este tresa).

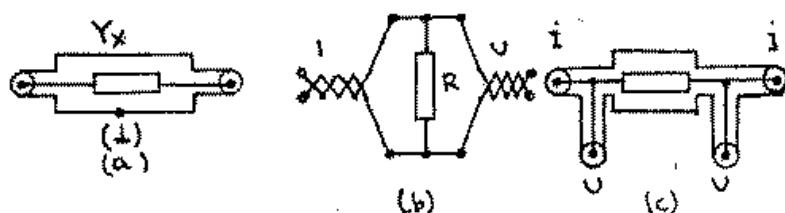


Figura.2.7: Construcția etaloanelor

2.1.3 Elemente de circuit reale

Elementele de circuit reale, în afară de R , L sau C utilă ca proprietate principală mai au și impedanțe serie/paralel parazite. Ele pot fi caracterizate, în funcție de ordinul de mărime al valorii nominale și de precizia cerută, folosind una dintre următoarele aproximări:

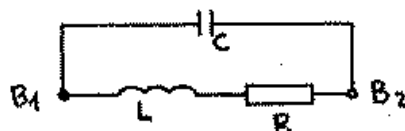
- aproximarea a 1-a: valori medii, gamă de frecvențe redusă, precizie medie:

În acest caz, este suficient să definim doar mărimea R , L sau C dorită, ignorând elementele parazite.

- aproximarea a 2-a: valori extreme, gamă largă de frecvențe, precizie medie:

În acest caz, vom folosi un model de circuit RLC , în care caracterul rezistiv/inductiv/capacitiv este *dominant*, și vom denumi ansamblul, respectiv, rezistor, inductor, capacitor.

Dacă mărimea dominantă este L sau R , circuitul echivalent este:



avînd impedanța la borne:

$$\begin{aligned}
Z_{L,R} &= \frac{(R + j\omega L) \frac{1}{L\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} \\
&= \frac{(R + j\omega L)(1 - \omega^2 LC - j\omega RC)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} \\
&= \frac{R(1 - \omega^2 LC) + \omega^2 LRC + j[\omega L(1 - \omega^2 LC) - \omega CR^2]}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} \quad (2.24)
\end{aligned}$$

unde am presupus că $L/R = RC$, adică elementele parazite dau aceeași constantă de timp, și construcția se cheamă *antiinductivă*.

Dacă componenta este un rezistor, adică:

$$\omega L \ll R \ll \frac{1}{\omega C} \quad \text{valabil la } \omega \ll \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.25)$$

atunci

$$R_{ech} = \frac{R}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} \quad (2.26)$$

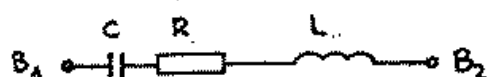
iar dacă componenta este un inductor, adică:

$$R \ll \omega L \ll \frac{1}{\omega C} \quad \text{valabil la } \omega \ll \omega_0 \quad (2.27)$$

atunci

$$L_{ech} = \frac{L}{1 - \omega^2 LC} \quad (2.28)$$

Dacă mărimea dominantă este C , circuitul echivalent este:



și impedanța la borne are expresia:

$$Z_c = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + \frac{1}{j\omega C}(1 - \omega^2 LC) = R + \frac{1}{j\omega C_{ech}} \quad (2.29)$$

prin identificarea C_{ech} în ecuația de mai sus, se obține:

$$C_{ech} = \frac{C}{1 - \omega^2 LC} \quad (2.30)$$

valabil cu condiția:

$$R, \omega L \ll \frac{1}{\omega C}, \quad \omega \ll \omega_0 \quad (2.31)$$

Variația mărimii echivalente dominante cu frecvența este dată în figura 2.8, aproximare valabilă pînă la $\omega = \omega_0/3 \dots 5$.

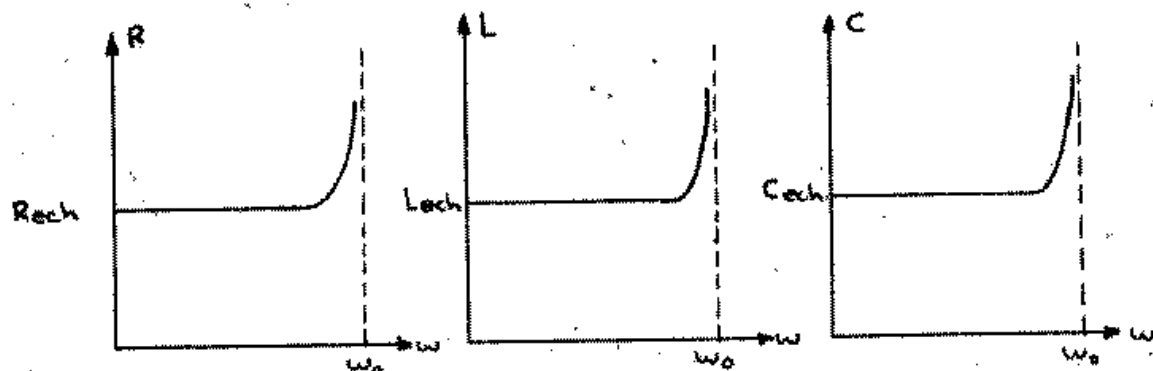


Figura 2.8: Variația mărimii echivalente dominante cu frecvența pentru R, L, C

- aproximarea a 3-a: etaloane, precizie maximă:

În acest caz, se folosește o schemă electrică cu constante concentrate R, L, C care depind de frecvență, tensiune, temperatură, conform fenomenelor fizice și tipului construcției. Schemele pentru rezistor, inductor și capacitor sînt redată în figura 2.9.

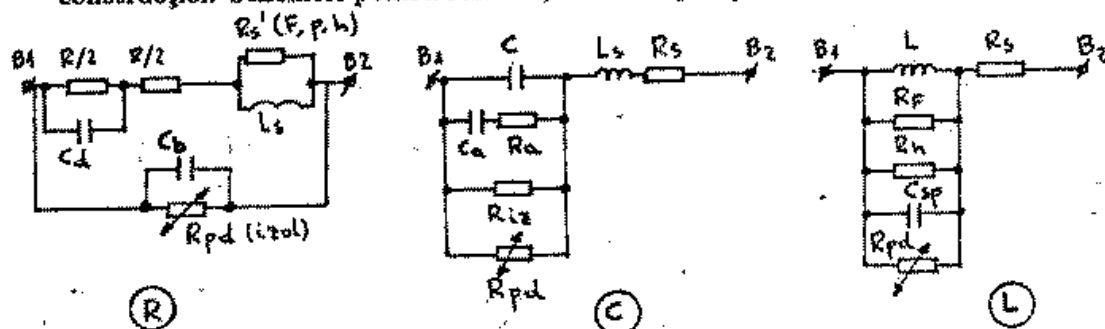


Figura 2.9: Etaloanele pentru R, C, L conform aproximării a 3-a

În cazul rezistorului, se ține seama că C_d este o capacitate distribuită care poate fi reprezentată mai exact printr-o capacitate conectată la mijlocul rezistenței; L_s (inductanța firelor terminale) este șuntată de o rezistență de pierderi R_s' , care reprezintă efectul pelicular (eventual și al curenților Foucault, postacțiunii și histerezului dacă aceste conductoare sînt făcute din materiale magnetice); C_b reprezintă capacitatea între terminale, borne și față de ecran, dacă există; R_{pd} reprezintă rezistența de pierderi în materialul izolant care acoperă corpul rezistenței.

În cazul capacitorului, L_s, R_s reprezintă inductanța și rezistența firelor terminale, în care R_s poate depinde de frecvență din cauza efectului pelicular, grupul R_a, C_a reprezintă efectul echivalent fenomenului de absorbție dielectrică (polarizarea la interfața metal-dielectric - efect de electret), R_{ix} reprezintă rezistența de izolație a dielectricului în curent continuu (scurgeri de curent prin dielectric) iar R_{pd} este rezistența de pierderi în dielectric în câmp electric alternativ, care depinde puternic de frecvență.

În cazul inductorului, R_s reprezintă rezistența firului bobinei (variabilă cu frecvența din cauza efectului pelicular), R_f rezistența echivalentă pierderilor prin curenți Foucault în miezul magnetic (pierderi proporționale cu pătratul frecvenței), R_H rezistența echivalentă de pierderi prin histerezis în miezul magnetic (pierderi proporționale cu

frecvența), C_{sp} reprezintă capacitatea echivalentă a capacității distribuite între spirele bobinei, iar R_{pd} rezistența echivalentă de pierderi în dielectricul izolator al firului bobinei.

În toate cazurile, rezistențele de pierderi în dielectric R_{pd} pot fi dependente de tensiunea la borne.

- aproximarea a 4-a: etaloane primare, gamă largă de frecvențe, precizie maximă:

În această situație din urmă, se folosește schema electrică echivalentă cu constante distribuite, ținând seama și de fenomenele de propagare. Aici dependența de f , E , T nu mai este numai conform fenomenelor fizice, ci depinde de construcția particulară, deci fiecare etalon se livrează împreună cu schema proprie.

De exemplu, un etalon tripolar de rezistență de valoare mare (cu peliculă metalică, spiralat) are o schemă echivalentă ca în figura 2.10, unde s-a ținut seama de caracterul distribuit al inductanței și capacității ca la o linie electrică lungă.

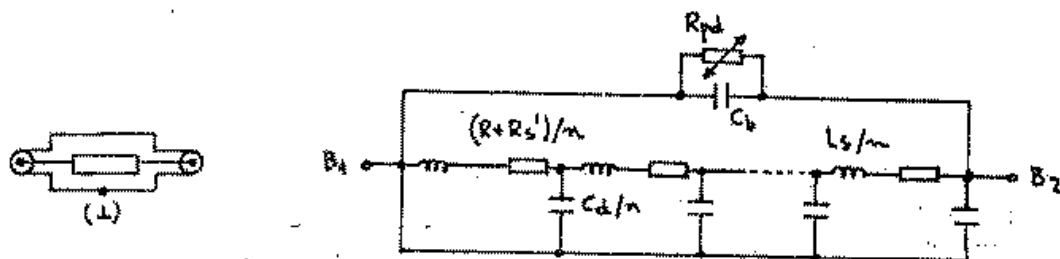


Figura 2.10: Etalon de rezistență conform aproximării a 4-a

2.2 Măsurarea impedanțelor cu aparate de uz general

2.2.1 Metode directe folosind voltmetru/ampermetru pentru elemente simple ($R, L, C, |Z|$)

2.2.1.1 Metoda voltmetrului și ampermetrului

Schema de măsură se bazează pe determinarea R pornind de la legea lui Ohm : $R = U/I$. Se citește U , I și se face împărțirea. De aceea, metoda este uneori numită directă (conform definiției), deși ca metodă de măsură este indirectă (se măsoară direct U și I și se calculează R).

După poziția voltmetrului față de ampermetru în sensul de "curger" a energiei, dinspre generator spre R_x , există două variante de scheme, amonte și aval. Pe schema din figura 2.11 sînt figurate ambele variante, dar la un moment dat se folosește doar un singur voltmetru.

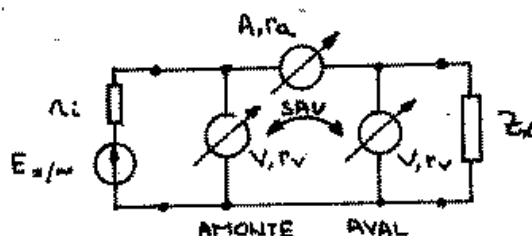


Figura 2.11: Metoda voltmetrului și ampermetrului

- în cazul amonte, voltmetrul nu măsoară tensiunea pe rezistență, ci suma tensiunilor de pe rezistență și ampermetru:

$$R_x^{am} = \frac{U - r_a I}{I} \Big|_{r_a \ll R_x} \approx \frac{U}{I} \quad (2.32)$$

deci schema este adecvată măsurării rezistențelor mari;

- în cazul aval, ampermetrul măsoară suma curenților prin voltmetru și rezistență:

$$R_x^{av} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_v}} \Big|_{R_v \gg R_x} \approx \frac{U}{I} \quad (2.33)$$

deci schema se folosește pentru măsurarea rezistențelor mici.

Se observă că folosirea formulei simplificate $R = U/I$ introduce o eroare sistematică.

Aceeași schemă se poate folosi și în curent alternativ, în care caz relația folosită este $Z_x \approx U/I$ (totdeauna cu eroare sistematică, neputându-se introduce corecții, din cauza unghiului impedanței care este necunoscut și diferit de cel al voltmetrului și ampermetrului).

Schema stă la baza construcției majorității impedanțmetrelor uzuale. Pentru a permite o citire directă nu se face împărțirea U/I , ci se injectează un $I_{constant} = 10^{-n} [A]$ și se citește $U[V] \sim |Z|[\Omega]$, sau se aplică un $U_{constant} = 10^n [V]$ și se citește $I[A] \sim |Y|[S]$. În curent alternativ, se pot folosi și vector-voltmetre (care indică modulul și faza tensiunii, sau partea reală și imaginară în raport cu o tensiune de referință), determinând în felul acesta valoarea polară, respectiv carteziană a impedanței.

Dacă frecvența generatorului folosit este vobulată (baleiată) iar rezultatul măsurării este afișat pe un tub catodic, impedanțmetrul se numește analizor de rețea.

2.2.1.2 Metoda substituției

Această metodă se bazează pe folosirea unui element etalon reglabil, de aceeași natură cu Z_x , și compararea tensiunii sau curentului din circuit atunci când e conectat Z_x , cu tensiunea/curentul corespunzătoare lui Z_e . Se reglează Z_e pînă la egalarea tensiunii/curentului cu cel din cazul Z_x . Schema de măsură este dată în figura 2.12, dar la un moment dat se folosește fie ampermetrul și o sursă de tensiune, pentru Z_x mare ($r_a \ll |Z_x|$), fie voltmetrul și o sursă de curent, pentru Z_x mic ($R_v \gg |Z_x|$), nu A și V simultan.

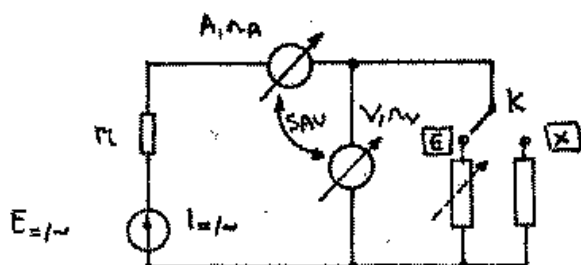


Figura 2.12: Metoda substituției

La echilibru se poate scrie relația:

$$\frac{I_e}{I_x} = \frac{R_x}{R_e} = \frac{L_x}{L_e} = \frac{C_e}{C_x} = \frac{|Z_x|}{R_e} = \frac{U_x}{U_e} \quad (2.34)$$

Aceasta este metoda directă. Dacă se înlocuiește comutatorul cu un relee care să permită comutarea rapidă (relee Reed), se obține metoda substituției cu modulare:

Schema de principiu este dată în figura 2.13 (a). Instrumentul indicator este de obicei un voltmetru de c.a. selectiv pe frecvența de comutare f , care este de zeci de Hz, și voltmetrul selectiv poate avea o bandă de câțiva Hz, ceea ce practic reduce zgomotul la nivelul de câțiva nV/Hz².

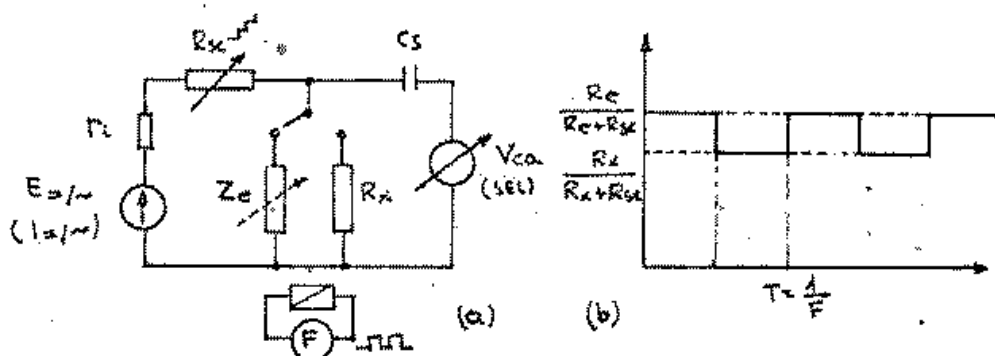


Figura 2.13: Metoda substituției cu modulare

Pentru exemplificare, în cazul măsurării unei rezistențe $R_x \simeq R_e \simeq R_{so}$, forma de undă a tensiunii pe voltmetru este reprezentată în figura 2.13 (b). Se observă că tensiunea variază între două nivele care vor deveni egale când se reglează $R_e = R_x$, și în acest caz pe voltmetrul de c.a. nu se va mai citi nici o indicație (componenta continuă nu este sesizată, fiind îndepărtată de C_s).

Prin urmare, în această situație tot ce trebuie determinat este minimul pe voltmetru, și nu mai sîntem limitați de rezoluția citirii U_x și U_e ca în cazul precedent.

Dacă tensiunea de alimentare e de ordinul 10V, și tensiunea minimă măsurabilă la voltmetru este de ordinul 100nV, precizia de egalare $R_x = R_e$ rezultă de ordinul 10^{-8} , comparabilă cu precizia unei punți.

Dacă $R_x \simeq R_e$, amplitudinea de modulație U_{ov} este proporțională cu diferența ΔR dintre R_e și R_x și rezultă formula:

$$\frac{U_{vv}}{E} = \frac{R_x}{R_x + R} - \frac{R_e}{R_e + R} = \frac{R(R_x - R_e)}{(R_x + R)(R_e + R)} = \frac{\Delta R}{R} \frac{1}{\left(1 + \frac{R_x}{R}\right) \left(1 + \frac{R_e}{R}\right)} \quad (2.35)$$

ceea ce ne permite un reglaj în trepte mai brute ale lui R_e (R_e mai ieftin), cu citirea primelor cifre semnificative pe R_e și a ultimelor cifre pe voltmetru.

Metoda se poate extinde și la impedanțe, dacă folosim un Z_e cu două componente reglabile.

Un alt avantaj al acestei metode este posibilitatea automatizării. Dacă valoarea Z_e poate fi reglată electric, atunci se face o buclă de reglare automată extremă cu două variabile care să varieze cele 2 componente ale Z_e în sensul scăderii tensiunii pe V.c.a.

Observație: Dacă se folosește un generator de curent constant în locul unei surse de tensiune, atunci:

$$U_{vv} = \Delta R \cdot I \quad (2.36)$$

2.2.1.3 Metoda elementului adițional

Această metodă se bazează pe schema din figura 2.14 și, ca și precedentele, are două variante:

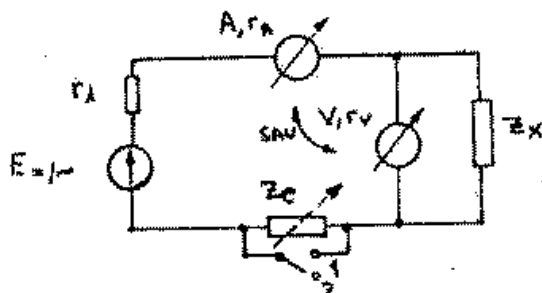


Figura 2.14: Metoda elementului adițional

- folosirea unui voltmetru (cu condiția $r_i, r_V \gg |Z_x|$); atunci:

$$U_2 = U_1 \frac{Z_x}{Z_x + Z_e} \quad (2.37)$$

- folosirea unui ampermetru (în cazul $r_i, r_A \ll |Z_x|$):

$$I_2 = I_1 \frac{Z_x}{Z_x + Z_e} \quad (2.38)$$

Metoda permite compararea unor impedanțe de aceeași natură:

$$\frac{(R, L, 1/C)_x}{(R, L, 1/C)_e} = \frac{1}{\frac{I_1}{I_2} - 1} = \frac{1}{\frac{U_1}{U_2} - 1} \quad (2.39)$$

Precizia acestei metode nu e prea ridicată; dacă se reglează Z_x pînă la înjumătățirea tensiunii/curentului ($U_1 = 2U_2, I_1 = 2I_2$) atunci $(R, L, 1/C)_x = (R, L, 1/C)_e$ și metoda se numește metoda înjumătățirii.

Există și posibilitatea măsurării încrucișate ($X_x \leftrightarrow R_x$), dacă frecvența generatorului este variabilă. În acest caz, dacă $I_1, U_1 = \sqrt{2}I_2, U_2$ (scădere cu 3dB), $X_x = R_x$.

O aplicație uzuală a metodei este măsurarea impedanței de intrare a osciloscoapelor sau voltmetrelor, precum și a impedanței de ieșire la generatoare.

2.2.2 Metode de comparație pentru măsurarea Z_x

Aceste metode permit măsurarea atât a modulului, cît și a fazei pentru Z_x .

2.2.2.1 Metoda celor 3 tensiuni

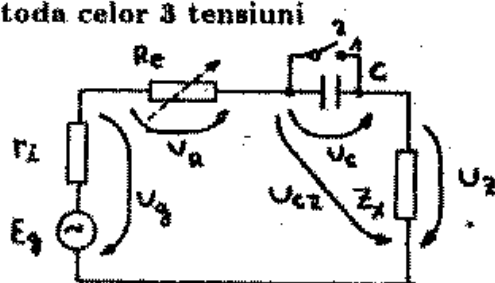


Figura 2.15: Metoda celor 3 tensiuni

Schema de măsură este dată în figura 2.15. Este necesar ca $R_V \gg Z_x C_{sc}$. Se folosește o capacitate auxiliară C care poate fi introdusă sau scoasă din circuit folosind un comutator K .

Cînd $K = 1$, $\vec{U}_{g1} = \vec{U}_{Z1} + \vec{U}_{R1}$, reprezentată prin diagrama fazorială din figura 2.16. De aici putem obține modulul și valoarea absolută a argumentului (întrucît voltmetrul măsoară numai modulul tensiunilor).

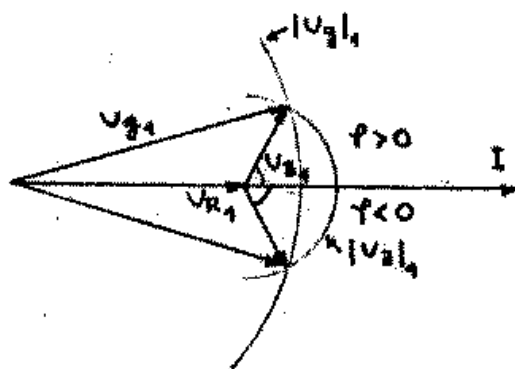


Figura 2.16: Diagrama fazorială pentru $K = 1$

$$|Z_x| = R_x \frac{U_{Z1}}{U_{R1}}, \quad \varphi = \arccos \frac{U_{g1}^2 - U_{R1}^2 - U_{Z1}^2}{2U_{R1}U_{Z1}} \quad (2.40)$$

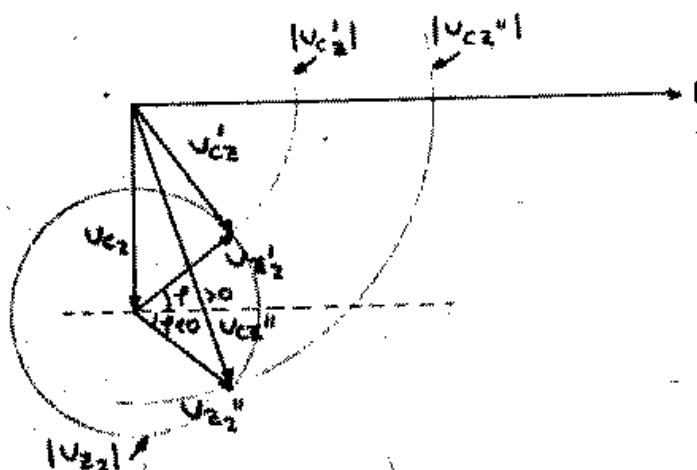


Figura 2.17: Diagrama fazorială pentru $K = 2$

Se observă că nu putem ști care e semnul lui φ , întrucît relațiile de mai sus sînt valabile pentru ambele semne (diagrama fazorială e simetrică față de axa I .)

Pentru a determina semnul, deschidem comutatorul ($K = 2$) introducînd în circuit condensatorul auxiliar C ; se scrie ecuația:

$$\vec{U}_{CZ2} = \vec{U}_{C2} + \vec{U}_{Z2} \quad (2.41)$$

reprezentată în diagrama fazorială din figura 2.17, pentru două valori diferite ale lui U_{CZ2} (U'_{CZ2} respectiv U''_{CZ2}).

$$U'^2_{CZ2} - U^2_{C2} - U^2_{Z2} \begin{cases} < 0 & \Rightarrow \varphi_x > 0 \\ > 0 & \Rightarrow \varphi_x < 0 \\ = 0 & \Rightarrow \varphi_x = 0. \end{cases} \quad (2.42)$$

Observație: este indicat să se aleagă o valoare C astfel încît U_{CZ2} , U_{Z2} și U_{C2} să fie măsurabile pe aceeași scară a voltmetrului pentru a reduce influența erorilor acestuia. Se folosește o valoare C al-ăsa în consecință (se poate comuta C în trepte, relativ grosier (de exemplu decadic); valoarea lui C nu trebuie să fie precisă).

2.2.2.2 Metoda elipsei (metoda comparației cu osciloscopul catodic)

Această metodă folosește un osciloscop catodic în modul " $Y = f(X)$ ", spre deosebire de modul normal de lucru " $Y = f(t)$ ". Se conectează Z_x și o capacitate etalon reglabilă C_x după schema din figura 2.18 și se obține pe ecran o elipsă (obligatoriu generatorul trebuie să aibă ieșire simetrică). Se măsoară pe ecran dimensiunile X, Y, X_0, Y_0 ale elipsei, notate ca în figura 2.19. Avînd în vedere că în formulele următoare aceste mărimi intervin numai ca rapoarte, este mai comod să se măsoare $2X, 2Y, 2X_0, 2Y_0$ pentru că astfel nu mai contează dacă imaginea este centrată sau nu.

Notînd K_x, K_y respectiv coeficientul de deflexie pe X, Y , se pot scrie ecuațiile:

$$\begin{cases} 2Y = 2K_y I |Z_x| \\ 2X = 2K_x \frac{I}{\omega C_x} \end{cases} \quad (2.43)$$

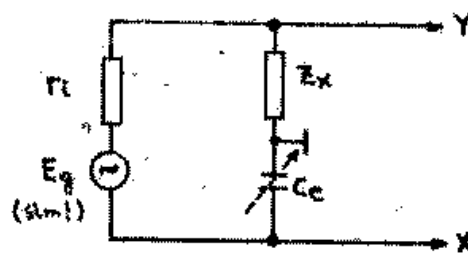


Figura 2.18: Schema de măsură pentru metoda elipsei

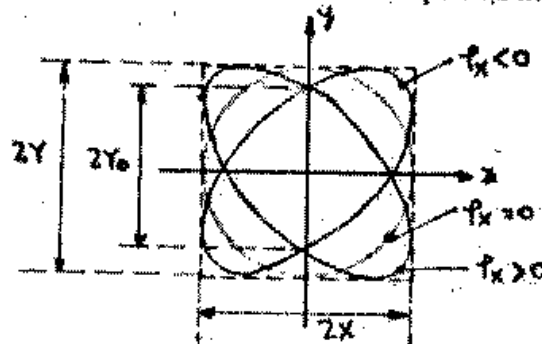


Figura 2.19: Elipsa obținută pe ecran

de unde se obține

$$|Z_x| = \frac{1}{\omega C_e} \frac{2Y K_y}{2X K_x} \quad (2.44)$$

Pentru a avea o citire cât mai precisă, se reglează C_e (dacă este variabil fin) astfel ca $K_x = K_y$ și $2X = 2Y$, caz în care se elimină erorile de calibrare ale osciloscopului. (Se poate refăce exact calibrarea prin aplicarea unei aceleiași tensiuni în paralel pe X și Y , reglînd fin amplificarea încît să rezulte exact aceeași deflexie pe X și Y – dreaptă înclinată la 45 de grade). Formula devine:

$$|Z_x| = \frac{1}{\omega C_e} \quad (2.45)$$

Deflexiile instantanee pe axele X, Y sînt:

$$\begin{cases} y = Y \sin(\omega t - \varphi_x) \\ -x = X \sin(\omega t - \pi/2) \end{cases} \quad (2.46)$$

la $\omega t = \pi/2$, $x = 0$ deci

$$y \Big|_{x=0} = Y_0 = Y \sin(\pi/2 - \varphi_x) = Y \cos \varphi_x \quad (2.47)$$

așadar

$$\varphi_x = \arccos \left(\frac{2Y_0}{2Y} \right) \quad (2.48)$$

Semnul lui φ_x este dat de cadrantul în care se află axa mare a elipsei:

- în cadranele 1 și 3, $\varphi_x < 0$
- în cadranele 2 și 4, $\varphi_x > 0$
- dacă elipsa este un cerc, $\varphi_x = 0$
- dacă elipsa degenerază într-o dreaptă (axa mare) în cadranele I, III, $\varphi_x = -\pi/2$
- dacă elipsa degenerază într-o dreaptă (axa mare) în cadranele II, IV, și dimensiunile ei cresc mult (rezonanță), $\varphi_x = \pi/2$

Este util un condensator variabil cel puțin decadic (dacă nu dispunem de unul fin variabil) pentru a nu avea dubii asupra valorilor măsurate.

Evident, condiția de funcționare a schemei este $|Z_{INV,A}| \gg |Z_{x,r}|$.

Observație: Metoda se poate aplica cu rezistență etalon în loc de condensator etalon, dar atunci elipsa apare totdeauna în cadranele I,III (defazaj X-Y maxim $\pi/2$) și semnul unghiului nu se mai poate determina decât prin artifiiciul de la metoda precedentă (introducerea unui condensator auxiliar în serie cu Z_x ; dacă impedanța crește, atunci e capacitivă, iar dacă scade, e inductivă).

2.3 Măsurarea impedanțelor prin metoda punții echilibrate

2.3.1 Teoria generală a punții echilibrate

2.3.1.1 Probleme principale

Schema generală a unei punți este dată în figura 2.20. Indicatorul de nul are rolul de a arăta tensiunea de dezechilibru, care trebuie adusă la zero (sau o valoare cât mai mică) în momentul echilibrului, deci nu avem nevoie de un aparat etalonat. Uzual, în cazul punților electronice, se face presupunerea $Z_g \rightarrow 0$, $Z_{IN} \rightarrow \infty$.

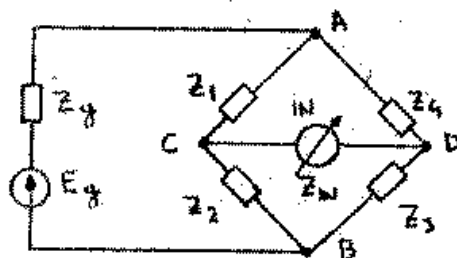


Figura 2.20: Schema generală a unei punți

Expresia tensiunii de dezechilibru este:

$$\begin{aligned} U_{IN} = U_{C,D} &= E \left(\frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} - \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) \\ &= E \frac{Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} \end{aligned} \quad (2.49)$$

La echilibru, $U_{IN} = 0$, deci se acoate condiția de echilibru:

$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4 \quad \text{sau} \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} \quad (2.50)$$

adică produsele impedanțelor din brațe opuse au aceeași valoare sau rapoartele impedanțelor din brațe adiacente diagonalei voltmetrului au aceeași valoare.

Discuție:

- la punțile de c.c., condiția de echilibru este simplă:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \quad (2.51)$$

deci poate fi realizată cu ajutorul unui singur element reglabil;

- la punțile de c.a., condiția de echilibru este dublă (modul și fază):

$$\begin{cases} |Z_1||Z_3| = |Z_2||Z_4| \\ \varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4 \end{cases} \quad (2.52)$$

și în consecință, sînt necesare minim două elemente reglabile. În plus, nu orice punte permite satisfacerea simultană a celor două condiții, deci nu orice punte este echilibrabilă.

- echilibrul punții este indiferent față de Z_g , Z_{IN} , etalonarea instrumentului și stabilitatea E_g . În plus se poate alege schema punții astfel încît să nu intervină frecvența generatorului (în cazul punților de c.a.) în relația de echilibru.

- limitările realizării condiției de echilibru:

- limita inferioară este dată de zgomot (în cazul punților de c.a.) și de derivatulului (în cazul punților de c.c.) ceea ce face să existe un $U_{IN,min}$ observabil. De aceea, este indicat ca E_g să fie cît mai mare;
- limita superioară este dată de disipația termică; avînd în vedere că rezistența variază cu temperatura, în general se va lucra sub 1% din puterea disipată maximă, ceea ce înseamnă că E_g nu poate fi crescut oricît de mult.

Din cele două condiții, știind că cel mai sensibil milivoltmetru electronic poate indica valori de ordinul 10^{-8} și că peste $E_g = 10V$ disipația începe să crească inacceptabil de mult, rezultă:

$$\frac{U_{IN,min}}{E_{g,max}} = \frac{10^{-8}}{10} = 10^{-9} \quad (2.53)$$

Această limită a comparării impedanțelor cu ajutorul unei punți este bună decît precizia etaloanelor RLC actuale, deci practic punțile nu introduc ele însele nici o limitare de precizie.

- la echilibru, punctele C și D au același potențial, ceea ce ușurează ecranarea/izolarea/boostraparea acolo unde este necesar.
- un dezavantaj al acestei scheme este existența unui singur punct de masă, deci nu se poate folosi pe post de indicator de nul un voltmetru care să aibă masă comună cu generatorul, ci numai un voltmetru cu intrare flotantă (este recomandabil ca și generatorul să aibă ieșirea flotantă, prin transformator de simetrizare, dat fiind legătura inerentă între generator și voltmetru prin sursa de alimentare). Alegerea punctului de masă al schemei de punte se face din considerente de ecranare.

Aspecte ale echilibrării punții:

- posibilitatea echilibrării:

- da, indiferent de poziția elementelor reglabile: în acest caz, puntea se numește *convergentă*;
- da sau nu, în funcție de poziția elementelor reglabile: în acest caz, puntea se numește *potențial convergentă*;
- nu, indiferent de poziția elementelor reglabile: în acest caz, puntea se numește *neconvergentă*.

- rapiditatea echilibrării: se definește *convergența* ca fiind numărul de manevre necesare pentru a reduce de m ori U_{IN} ; practic, convergența este definită prin două mărimi:

- unghiul de convergență este o mărime internă a schemei și are valoarea de maxim $\pi/2$ pentru punțile cele mai rapid convergente;

- unghiul de insensibilitate al indicatorului de nul, numit și unghi de incertitudine.

Dacă unghiul de convergență este mai mic decât cel de incertitudine, atunci puntea nu se mai poate echilibra în mod sistematic.

- precizia echilibrării: se definește *sensibilitatea* punții ca variația factorului de transmisie raportată la variația unui element al schemei, la echilibru:

$$S = \frac{\frac{dU_{IN}}{Eg}}{\frac{dZ_x}{Z_x}} \quad (2.54)$$

Sensibilitatea este o măsură a posibilității de evidențiere a abaterilor față de poziția de echilibru, deci a preciziei de măsură.

- gradabilitatea (eficiența utilizării): faptul că o punte poate fi echilibrată nu înseamnă obligatoriu că elementele sale variabile pot fi gradate pentru citirea directă a parametrilor Z_x , situație care se întâlnește și la Q-metru, care permite măsurarea impedanțelor, dar nu prin citire directă, ci prin calcul. O punte gradabilă trebuie să aibă următoarele caracteristici:

- reprezentare decadică: ordinaul mărimii măsurate trebuie să poată fi comutat decadic în trepte de $10^{\pm n}$, și trebuie să permită reglarea independentă a celor două componente în reprezentarea carteziană/polară/mixtă;
- opțional, gradarea trebuie să fie independentă de frecvența generatorului. De notat că această condiție nu este sinonimă cu independența echilibrării față de frecvență.

În cele ce urmează, vom analiza în detaliu convergența, gradabilitatea și sensibilitatea punților.

2.3.1.2 Convergența punților

Fie puntea din figura 2.21 (a). Reprezentăm în figura 2.21 (b) diagrama fazorială a tensiunilor pe fiecare impedanță, într-o situație în apropierea echilibrului, luând ca referință tensiunea generatorului (segmentul orizontal). Se poate demonstra că în cazul punților uzuale diagrama se înscrie într-un cerc având ca diametru acest segment. Prin scăderea vectorială a tensiunilor din punctele C și D, se desenează vectorul tensiunii de dezechilibru $\vec{U}_{CD}$:

Diagrama reprezintă ecuațiile:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB} \\ \vec{E} &= \vec{U}_{AC} + \vec{U}_{CB} \end{aligned} \quad (2.55)$$

rezultă:

$$\vec{U}_{CD} = \vec{U}_{AD} - \vec{U}_{AC} \quad (2.56)$$

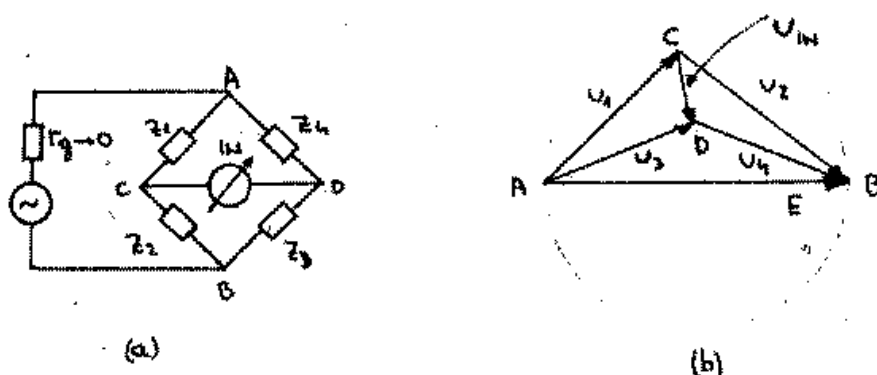


Figura 2.21: Echilibrarea punții

Echilibrarea urmărește realizarea $U_{IN} = 0 \Rightarrow \vec{U}_{CD} = 0$.

Scriem expresia transmisiei în punte și o aducem la forma următoare:

$$\frac{U_{IN}}{E} = \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} - \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4)} = \frac{P(a, b)}{Q(a, b)} \quad (2.57)$$

adică un raport a două polinoame, unde a, b corespund celor două elemente reglabile ale punții.

Cu aceste notații, condiția de echilibru se rescrie:

$$P(a, b) \Big|_{a_0, b_0} = 0 \quad (2.58)$$

unde a_0, b_0 sînt valorile la echilibru; de asemenea, la echilibru numitorul trebuie să fie nenul:

$$Q(a_0, b_0) \neq 0 \quad (2.59)$$

Pornind de la diagrama fazorială și notațiile făcute, se poate face o tratare matematică completă a echilibrării punții, care ne permite să analizăm pentru orice punte dacă este echilibrabilă și, în caz afirmativ, cum și cât de repede se poate face echilibrarea.

Problemele care caracterizează echilibrarea punții se studiază în două cazuri diferite: în apropierea echilibrului, respectiv departe de echilibru.

Studiul punții în apropierea echilibrului:

În apropierea echilibrului sînt valabile relațiile $a \simeq a_0, b \simeq b_0, P \simeq 0, Q \neq 0$. Derivînd relația 2.57 se obține mișcarea potențialelor punctelor C, D la o mică variație a valorii elementelor a și b .

$$\begin{cases} \frac{\partial(U_{IN}/E)}{\partial a} = \frac{1}{Q^2} \left(Q \frac{\partial P}{\partial a} - P \frac{\partial Q}{\partial a} \right) \stackrel{P \simeq 0, Q \neq 0}{\simeq} \frac{1}{Q} \frac{\partial P}{\partial a} = P_a e^{j\alpha} \\ \frac{\partial(U_{IN}/E)}{\partial b} = \frac{1}{Q^2} \left(Q \frac{\partial P}{\partial b} - P \frac{\partial Q}{\partial b} \right) \stackrel{P \simeq 0, Q \neq 0}{\simeq} \frac{1}{Q} \frac{\partial P}{\partial b} = P_b e^{j\beta} \end{cases} \quad (2.60)$$

Folosind aceste notații, se definește unghiul de convergență γ_c :

$$\gamma_c = \alpha - \beta = \arg \frac{\frac{\partial P}{\partial a}}{\frac{\partial P}{\partial b}} \Big|_{a_0, b_0} \quad (2.61)$$

În figura 2.22, reprezentăm grafic, în planul complex, dreptele $\frac{\partial P}{\partial a} \Big|_{b_0}$ și $\frac{\partial P}{\partial b} \Big|_{a_0}$. Aceste două drepte trec prin originea axelor $C_0 \equiv D_0$, care corespunde valorilor de echilibru a_0, b_0 . La diferite valori $a_0 \pm k_1 \Delta a, b_0 \pm k_2 \Delta b$ ($k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ și $\Delta a, \Delta b$ incremente mici) se obțin familii de drepte paralele cu cele două drepte inițiale. Varierea unuia dintre reglajele a, b se reprezintă grafic prin deplasarea pe dreapta corespunzătoare dintr-una din cele două familii.

Unghiul dintre cele două drepte este tocmai unghiul de convergență γ_c . Se observă că, $\gamma_c \leq \pi/2$. Evident, între cele 2 drepte, oricare ar fi poziția lor în plan, se poate desenă în orice moment alt unghi ascuțit, cît și unul obtuz, suma lor fiind 2π , dar ca semnificație fizică în procesul de echilibrare, γ_c se alege întotdeauna ascuțit.

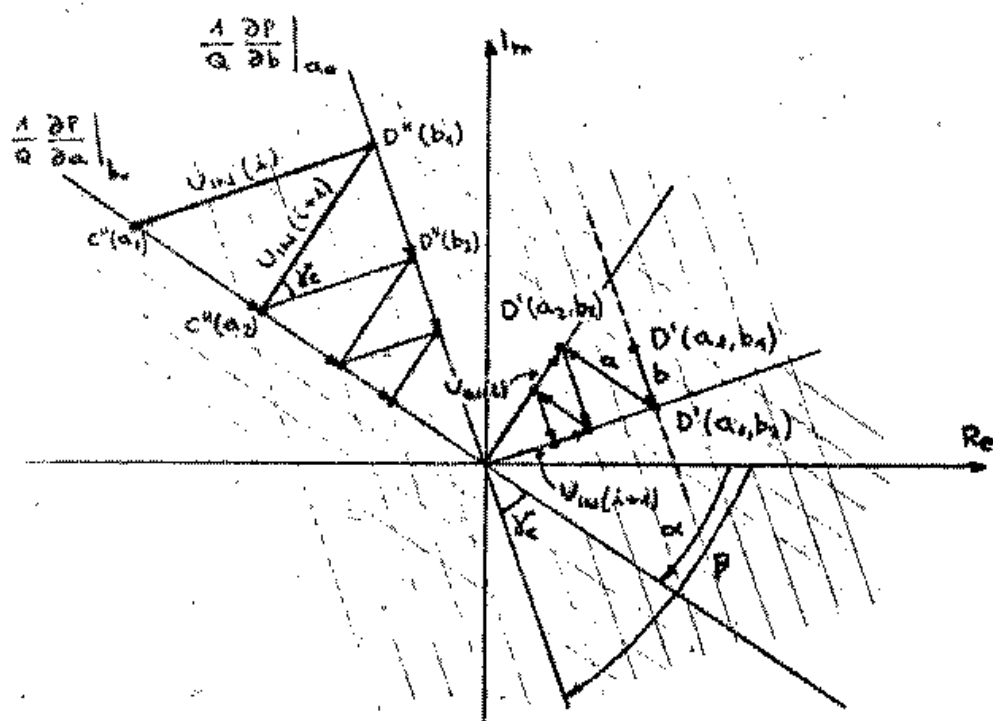


Figura 2.22: Situația din apropierea echilibrului

În procesul de echilibrare putem avea două situații diferite:

- cele 2 elemente reglabile sînt în același braț al punții: în acest caz, $C \equiv C_0$ iar D are poziție variabilă în planul complex; echilibrarea constă în a-l "aduce" pe D în origine, prin reglarea a, b : $D'(a, b) \rightarrow D_0$.

Un exemplu de echilibrare în această situație este ilustrat grafic în cadranul I al sistemului de axe de pe figura 2.22. În orice moment, distanța între origine și punctul D' este tocmai tensiunea de dezechilibru $U_{IN} = \vec{U}_{CD}$, din moment ce $C \equiv C_0$.

Presupunem că inițial ne aflăm în punctul D' figurat pe desen; se coboară două perpendiculare din origine pe cele două familii de drepte; deplasîndu-ne pe dreapta $\frac{\partial P}{\partial b} \Big|_{a_0}$ care trece prin $D'(a_1, b_1)$ prin varierea reglajului b , obținem distanța minimă față de origine (la minimumul indicat pe IN) în punctul de intersecție cu perpendicula.

Prin urmare, după ce am intersectat perpendiculara ne vom opri din reglarea lui b , pentru că altfel vom constata că U_{IN} crește, și vom acționa în schimb reglajul lui a în sensul scăderii U_{IN} , ceea ce se reprezintă pe grafic sub forma deplasării pe dreapta $\left. \frac{\partial P}{\partial a} \right|_{b_0}$ care trece prin $D'(a_1, b_2)$ până când intersectăm cealaltă perpendiculară, și procesul se repetă prin reglarea alternativă a lui a și b până la atingerea în origine.

Pe grafic, procesul echilibrării arată deci ca un drum în zig-zag.

- cele 2 elemente reglabile sînt în brațe diferite: în acest caz, atât punctul C cît și D se mișcă în planul complex, echilibrarea urmărind aducerea ambelor puncte în origine prin reglarea a , respectiv b : $C''(a) \rightarrow C_0$, $D''(b) \rightarrow D_0$.

În acest caz, echilibrarea este exemplificată în cadranul IV al sistemului de axe. Pentru un punct de "pornire" $C''(a_1)$, observăm că $D''(b_1)$ care corespunde unei tensiuni de dezechilibru minime la reglarea b (adică unei distanțe minime între C'' , D'') este piciorul perpendicularei coborîte din $C''(a_1)$ pe dreapta $\left. \frac{\partial P}{\partial b} \right|_{a_0}$; reglăm deci b pentru a ajunge în $D''(b_1)$, apoi reglăm a pentru a ajunge în $C''(a_2)$ și continuăm să ne deplasăm pe cele două drepte, pe traseul în zig-zag dat de picioarele perpendicularelor, pînă ajungem în origine.

În continuare, vom calcula numărul de manevre necesare echilibrării în două cazuri: cazul ideal și cel real.

- cazul ideal:

Notînd cu $U_{IN}(i)$, $U_{IN}(i+1)$ tensiunea de dezechilibru la pașii i , $i+1$, se observă pe figura 2.22 următoarea relație între cele 2 tensiuni:

$$U_{IN}(i+1) \approx U_{IN}(i) \cdot \cos \gamma_c \quad (2.62)$$

Se observă că dacă $\gamma_c = \pi/2$, sînt suficienți 2 pași pentru a aduce puntea la echilibru; în continuare vom presupune că $\gamma_c < \pi/2$. Prin urmare, după n pași:

$$U_{IN}(i+n) = U_{IN}(i)(\cos \gamma_c)^n = \frac{1}{m} U_{IN}(i) \quad (2.63)$$

unde am făcut notația:

$$(\cos \gamma_c)^n = \frac{1}{m} \quad (2.64)$$

Prin urmare, numărul n de manevre necesare pentru a reduce de m ori tensiunea de dezechilibru este:

$$n = \frac{\log m}{\log \frac{1}{\cos \gamma_c}} \quad (2.65)$$

- cazul real:

În practică, datorită rezoluției finite a indicatorului de nul, nu putem ști cu precizie cînd ne aflăm exact pe piciorul unei perpendiculare. Dacă rezoluția IN este ρ , atunci

cunoaștem poziția de minim cu o eroare $\pm \epsilon_i$ în jurul piciorului perpendicularei, după cum se vede în figura 2.23: nu putem aprecia dacă ne aflăm în punctul P_1 sau în punctele P'_1, P''_1 . Unghiul sectorului de cerc delimitat de P_1, P'_1 sau P_1, P''_1 , notat ϵ_i , este unghiul de incertitudine prezentat mai înainte.

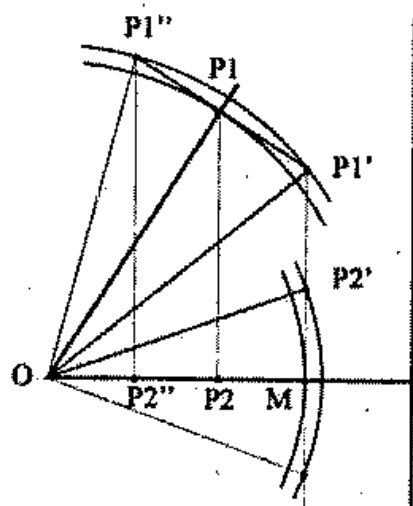


Figura 2.23: Unghiul de incertitudine

Desenînd pe figura 2.23 mișcarea în cazul ideal (din P_1 în P_2 , care corespund etapelor de echilibrare $i, i+1$) și în cazul cel mai defavorabil (din P'_1 în P'_2), rezultă:

$$OM = OP'_1 \cos(\gamma_c - \epsilon_i) \quad OP'_2 = \frac{OM}{\cos \epsilon_i} \quad (2.66)$$

de unde:

$$U_{IN}(i+1) = U_{IN}(i) \frac{\cos(\gamma_c - \epsilon_i)}{\cos \epsilon_i} \quad (2.67)$$

deci ecuația 2.65 devine:

$$n = \frac{\log m}{\log \frac{\cos \epsilon_i}{\cos(\gamma_c - \epsilon_i)}} \quad (2.68)$$

adică numărul de manevre necesar pentru echilibrare crește față de cazul ideal.

Observație: există și posibilitatea favorabilă (din P''_1 în P''_2), care duce la o convergență mai rapidă, dar acest lucru este cu totul întâmplător.

Pe măsură ce ne apropiem de echilibru, unghiul de incertitudine crește, așa cum se vede pe figura 2.24. La un moment dat deci se ajunge la $\epsilon_i \geq \gamma_c$ (chiar pentru $\gamma_c = \pi/2$) și în acest moment puntea nu se mai poate echilibra decât la întâmplare. Pentru a preveni acest fenomen, se utilizează în practică două soluții:

- folosirea unui indicator de nul logaritmnic, cu caracteristica:

$$U_{crit} = \log \frac{U_{IN}}{U_{Ref}} \quad (2.69)$$

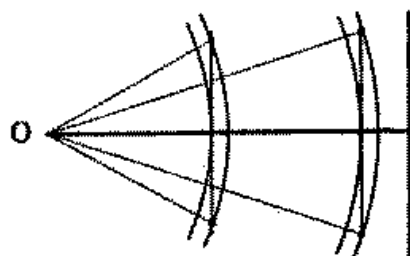


Figura 2.24: Creșterea ε_i odată cu scăderea U_{IN}

și deci rezoluția și unghiul de incertitudine devin constante:

$$\rho = \frac{dU_{IN}}{U_{IN}} = \text{constant} \Rightarrow \varepsilon_i = \text{constant} \quad (2.70)$$

- folosirea unui indicator de nul proporțional-diferențial, cu schema din figura 2.25. Constanta de timp $(R \parallel R')C$ a circuitului de pe borna $(-)$ a amplificatorului operațional, de ordinul a 1-2 secunde, face ca orice variație de tensiune de la intrarea schemei să se transmită întârziat la borna $(-)$ față de borna $(+)$, și în consecință timp de 1-2 secunde acul se va deplasa mai mult, arătându-ne sensul variației. În rest, diferența de tensiune de c.c. e amplificată puțin, pentru că $R'/(R + R') < 1$ e de valoare mică, și în c.c. C nu contează.

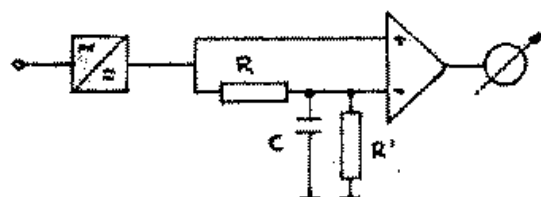


Figura 2.25: Indicator de nul proporțional-diferențial

- pe măsură ce ne apropiem de $U_{IN} = 0$, zgomotele încep să devină importante, deci pentru precizie maximă indicatorul de nul va fi dotat cu un circuit selectiv (FTB) și un amplificator de c.a. urmat de un convertor c.a. - c.c. eventual amplificarea în c.a. se face cu schimbare de frecvență, pe o frecvență intermediară, pentru a evita intrarea în oscilație în caz de amplificare mare (figura 2.26). Această soluție este aplicată frecvent în punțile tensometrice care sînt în fond punți de rezistență, măsurînd abateri de ordinul ppm.

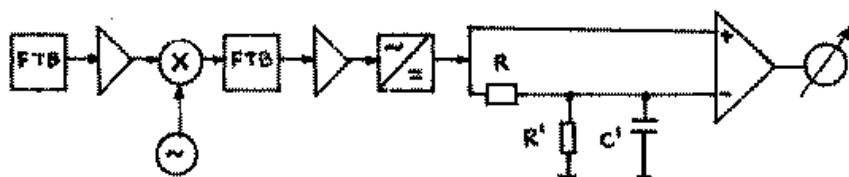


Figura 2.26: Indicator de nul proporțional-diferențial îmbunătățit

Studiul punții departe de echilibru:

Aproximarea făcută în cazul precedent, și anume folosirea primei derivate pentru a aproxima mișcarea pe diagramă, nu mai este valabilă când sistemul este departe de echilibru.

Pentru punțile obișnuite cu reglaje direct gradabile, diagrama fazorială a tensiunilor se înscrie într-un semicerc, întrucât gradabilitatea reglajelor (vezi paragraful 2.3.1.3) impune ca 2 brațe ale punții să fie elemente pure (R sau C), și între un element complex și unul pur real / pur imaginar nu poate să existe un defazaj mai mare de $\pi/2$. Cele două brațe care conțin elementele pure se numesc *brațe auxiliare*.

Toate aceste punți se pot deci realiza prin combinarea a două ramuri divizoare de tipurile prezentate în tabelul de mai jos:

schema brațului etalon și auxiliar	U_{CA}, U_{BA}	α	β	γ
1	+	R_1	R_2	$1/\omega C$
2	-	$1/\omega C_1$	$1/\omega C_2$	R
3	-	$1/R_2$	$1/R_1$	ωC
4	+	ωC_2	ωC_1	$1/R_1$
1'	-	R_1	R_2	ωL
3'	+	$1/R_2$	$1/R_1$	$1/\omega L$

În prima coloană a tabelului, literele A,B,C,D corespund schemei din figura 2.21 (a). Sînt doar 6 posibilități de brațe, nu 8, deoarece se pot face capacități etalon rezonabil de "pure" dar nu și inductanțe etalon.

În coloana a 2-a este dat unghiul factorului de divizare $Z_1/(Z_1 + Z_2)$; de exemplu, structura din linia 1 are semnul + pentru că rezistența R_1 nu defazează tensiunea de la bornele ei, în timp ce condensatorul C defazează tensiunea în urmă, așadar brațul CA (rezistiv) este în avans de fază față de brațul BA (capacitiv).

Definim parametrii generalizați α, β, γ după regulile:

- α e elementul singur în braț (deci într-un braț auxiliar);
- β e elementul de aceeași natură cu α , din brațul complex;
- γ e elementul de natură diferită de α , din brațul complex;
- valoarea elementelor se ia ca impedanță la conexiunile serie și ca admitanță la conexiunile derivație.

O punte echilibrabilă se poate realiza doar din două ramuri ACB, ADB cu același semn al unghiului de fază, adică:

- se pot conecta împreună capetele similare (A cu A, B cu B) a două ramuri care au aceleași semne ale unghiului (coloana a 2-a), de exemplu o ramură de tip 1 cu 1, 2 cu 2, 1 cu 4, 2 cu 3, 2 cu 1' etc. În acest caz, rezultă o echilibrare independentă de frecvență;
- se pot conecta împreună capetele opuse (A cu B, B cu A) a două ramuri care au semne diferite ale unghiului, de exemplu 1 cu 2, 1 cu 3, 1 cu 1' etc., întrucât există relația:

$$\operatorname{sgn} \widehat{U_{CB}} \cdot \widehat{U_{AB}} = \operatorname{sgn} \widehat{U_{CA}} \cdot \widehat{U_{BA}} \quad (2.71)$$

În acest caz, rezultă o echilibrare dependentă de frecvență;

- o punte realizată din două brațe cu același semn de unghi, conectate împreună la capetele opuse, sau din două brațe cu semne diferite, conectate împreună la capetele similare, nu este echilibrabilă (punte neconvergentă). Acest lucru va fi ilustrat și grafic în finalul paragrafului.

Cu notațiile făcute, pentru toate ramurile de mai sus, raportul de divizare w se scrie:

$$\begin{aligned} w &= \frac{U_{CA}}{U_{BA}} = \frac{Z_{AC}}{Z_{AC} + Z_{CB}} = \frac{Y_{BC}}{Y_{AC} + Y_{BC}} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\alpha} \pm j \frac{\gamma}{\alpha}} \stackrel{(\text{not})}{=} \frac{1}{z} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Transformarea $z \leftrightarrow w$ este o transformare conformă. z este un număr complex cu proprietățile:

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(z) \in (1, \infty) \\ \operatorname{Im}(z) \in (-\infty, \infty) \end{cases} \quad (2.73)$$

Să reamintim proprietățile transformării conforme $z \leftrightarrow w$:

Dacă:

$$\begin{cases} \alpha = a + jb & \alpha^* = a - jb \\ z = x + jy & z^* = x - jy \end{cases} \quad (2.74)$$

și

$$A, B \in \mathbb{R} \quad (2.75)$$

atunci ecuația:

$$Azz^* + \alpha^*z + \alpha z^* + B = 0 \quad (2.76)$$

este ecuația unui cerc în planul z ; în coordonate ecuația se scrie:

$$x^2 + y^2 + 2\frac{a}{A}x + 2\frac{b}{A}y + \frac{B}{A} = 0 \quad (2.77)$$

Centrul cercului se află la:

$$x_0 = -\frac{a}{A}, y_0 = -\frac{b}{A} \quad (2.78)$$

și raza cercului este:

$$R = \sqrt{\left(\frac{a}{A}\right)^2 + \left(\frac{b}{A}\right)^2} - \frac{B}{A} \quad (2.79)$$

Făcînd transformarea $z \neq 1/w$, ecuația:

$$Bww^* + \alpha w + \alpha^* w^* + A = 0 \quad (2.80)$$

este tot ecuația unui cerc, dar în planul w !

Între cele două plane ($z \leftrightarrow w$) există corespondența : punctul $z = 1$ se transformă în $w = 1$ deci 1 este punct comun al planelor z și w . Punctul $z = 0$ se transformă în $w = \infty$.

Cîteva cazuri particulare:

- $A = 0, B = 0$: o dreaptă care trece prin origine în planul z se transformă într-o dreaptă care trece prin origine în planul w ;
- $A = 0, B \neq 0$: o dreaptă care nu trece prin origine în planul z se transformă într-un cerc care trece prin origine în planul w ;
- $A \neq 0, B = 0$: un cerc care trece prin origine în planul z se transformă într-o dreaptă care nu trece prin origine în planul w ;
- $A \neq 0, B \neq 0$: un cerc care nu trece prin origine în planul z se transformă într-un cerc care nu trece prin origine în planul w .

O transformare conformă păstrează unghiul la intersecția dintre traiectorii, chiar dacă nu păstrează forma traiectoriilor: dacă două drepte se intersectează la 90 de grade în planul z , cercurile respective din planul w se intersectează astfel ca în punctul de intersecție tangentele să formeze tot 90 de grade (la fel pentru orice unghi θ).

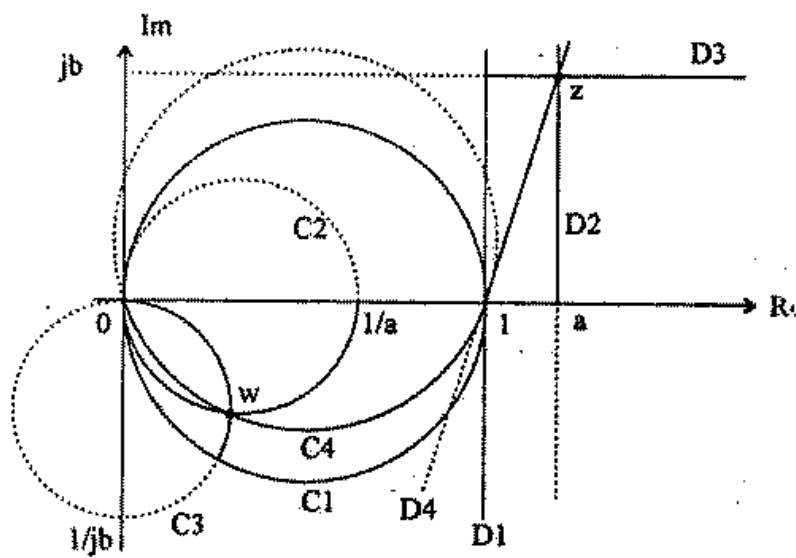


Figura 2.27: Cazuri particulare ale transformării conforme $z \leftrightarrow w$

Să urmărim pe figura 2.27 efectul variației parametrilor α, β, γ în planurile z și w :

- o dreaptă verticală (notată D1 pe figură) din planul z , care trece prin $x = 1$, se transformă în planul w într-un cerc C1 de diametru 1, care trece prin origine;
- semiplanul drept delimitat de această dreaptă, în planul z , se transformă în interiorul cercului de diametru 1, în planul w ;
- o dreaptă verticală D2 din planul z care trece prin $x = a$, corespunzătoare variației lui γ , se transformă într-un cerc C2 de diametru $1/a$, cu centrul pe axa reală, și care trece prin origine în planul w ;
- o dreaptă D3 paralelă cu axa reală în planul z , corespunzătoare variației lui β , se transformă într-un cerc C3 cu centrul pe axa imaginară a planului w și care trece prin origine, de diametru $1/jb$ (deci perpendicular pe cercul de la punctul precedent în punctul w , pentru că și cele 2 drepte D2 și D3 sînt tot perpendiculare în punctul de intersecție z , iar transformarea conformă conservă local unghiurile);
- o dreaptă D4 din planul z , care trece prin $x = 1$ și $z = oarecare$, corespunzătoare variației lui α , se transformă într-un cerc C4 tangent la dreaptă în punctul comun celor două plane (1). Cercurile din familia descrisă prin variația lui α (panta dreptei D4) au centrul pe mediatoarea segmentului $[0,1]$ din planul w .

Folosind cele expuse pînă acum, vom construi așa-numita *diagramă a cercurilor*, reprezentată în figura 2.28, care permite evaluarea convergenței unei punți de c.a. pe baza structurii sale (a combinației alese de brațe).

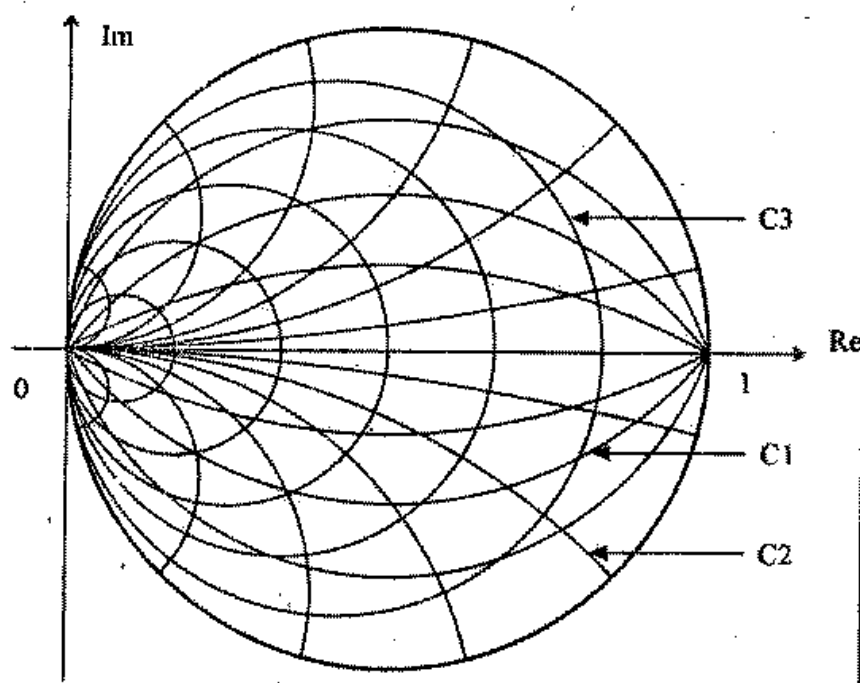


Figura 2.28: Diagrama cercurilor

Pe diagramă se identifică 3 familii de cercuri, notate C1, C2, C3:

- C1 sînt cercuri de α variabil, β/γ fiind parametrul care determină raza; centrul acestor cercuri se află pe mediatoarea segmentului $[0, 1]$;
- C2 sînt cercuri de β variabil (sau, pentru a aduce la forma din ecuația 2.72, β/α variabil) și parametru γ/α , cu centrul pe axa imaginară;
- C3 sînt cercuri de γ variabil (γ/α) și parametru β/α , cu centrul pe axa reală.

Familiiile C1, C2, C3 de cercuri corespund familiilor de drepte respectiv oblice, orizontale și verticale din planul z (figura 2.27).

Observație: o diagramă bazată pe aceeași idee, numită *Diagrama Smith*, se folosește pe scară largă în domeniul liniilor de transmisiune (la frecvențe înalte); cercurile C2 reprezintă în acest caz cercuri de egală rezistență, și cercurile C3 de egală reactanță, capacitivă sau inductivă; deplasarea pe aceste cercuri este echivalentă cu deplasarea de-a lungul liniei de transmisiune, fiind posibilă rezolvarea unei mari clase de probleme în care se cere determinarea lungimii unor linii.

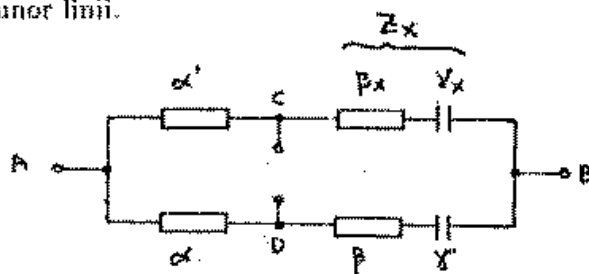


Figura 2.29: Alegerea elementelor reglabile pentru puntea Sauty

Să analizăm cu diagrama cercurilor posibilitatea echilibrării unei punți cu schema din figura 2.29, numită punte Sauty. Puntea este de raport, realizată prin conectarea a două ramuri de tipul 1-1 cu capetele omoloage împreună (A-A, B-B) și permite măsurarea condensatoarelor. Se observă că sînt mai multe posibilități de alegere a celor 2 elemente reglabile, și dorim să vedem care variantă este mai bună din punct de vedere al convergenței.

1. β, γ variabile

Procesul de echilibrare este ilustrat în figura 2.30. La momentul inițial punctele C, D din diagrama fazorială a tensiunilor (figura 2.21 (b)) se aflau în poziția C0, D0 (ambele elemente reglabile sînt în același braț deci poziția punctului D nu se modifică). Tensiunea arătată de IN este modulul vectorului C_0D_0 (lungimea segmentului CD). Prin reglarea lui β se ajunge în punctul C1 unde tensiunea de dezechilibru are un minim local (distanță minimă între D0 și cercul care trece prin C0), apoi prin reglarea lui γ se ajunge în C2, și în final prin reglarea lui β se ajunge în C3 $\equiv$ D0. Se observă că este obligatorie folosirea succesivă a ambelor reglaje. Puntea are unghiul de convergență de 90 de grade (cele două familii de cercuri corespunzătoare lui β și γ sînt ortogonale, pentru că provin din drepte perpendiculare în planul z).

Această configurație de punte este cea mai precisă (unghi de convergență maxim) dar ea folosește 2 elemente reglabile de tipuri diferite (R și C) de aceea este mai scumpă.

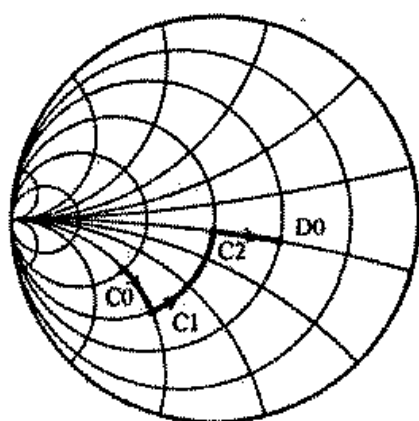


Figura 2.30: Cazul 1: β, γ variabile

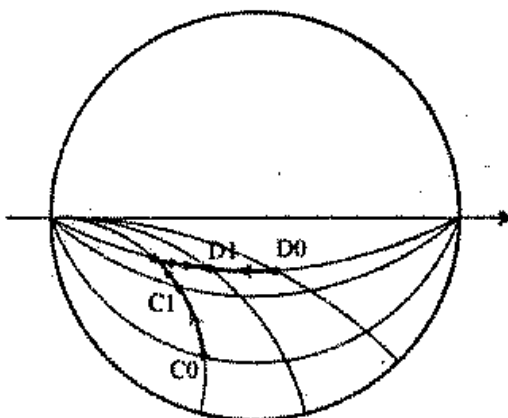


Figura 2.31: Cazul 2: α, β variabile

2. α, β variabile

De această dată, elementele reglabile au aceeași natură, deci puntea este mai ieftină din punct de vedere constructiv; se pleacă din C_0, D_0 , se variază pe rînd β și α urmărind minimul distanței CD și se obține traseul $C_1 - D_1 - C_2 - D_2 - C_3$ etc. Se observă însă pe figura 2.31 că procesul de echilibrare durează mai mult, pe măsură ce ne apropiem de echilibru modificările lui U_{CD} fiind tot mai mici. Deci echilibrarea este mai lentă pentru componente cu Q mic, care corespund unor cercuri α apropiate de axa reală ("aplatizate", de diametru mare), în timp ce cercurile corespunzătoare unor condensate (re aproape pure (Q foarte mare) sînt în apropierea cercului exterior al diagramei (diametru 1), totuși puntea este convergentă.

Se observă că unghiul de convergență (unghiul sub care se taie cercurile) este același cu unghiul dintre dreapta $1z$ și dreapta β variabil, care este chiar unghiul φ_x al impedanței necunoscute, deci $\gamma_c = \varphi_x = \arctg Q_x = \arctg(Im(Z_x)/Re(Z_x))$.

3. α, α' variabile

După cum se observă pe figura 2.32, această punte nu este convergentă. Cercurile pe

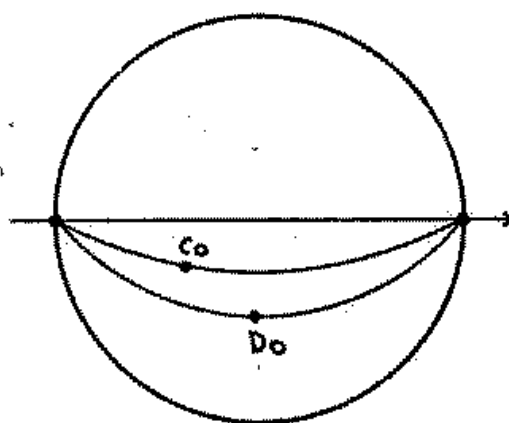


Figura 2.32: Cazul 3: α, α' variabile

care se deplasează C, D prin varierea celor 2 reglaje nu se intersectează decât în 0 și 1, corespunzător valorilor 0 și ∞ . În aceste două puncte se cheamă că avem *echilibru fals* (lipsa completă a tensiunii, nu minim).

4. α', β variabile

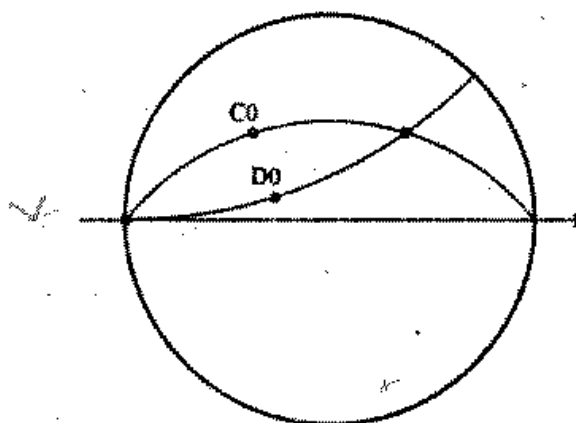


Figura 2.33: Cazul 4: α', β variabile

Această punte este convergentă, dar ea poate ajunge la echilibru sau la echilibru fals în funcție de sensul în care facem primul reglaj și de poziția inițială a punții. În figura 2.33 este ilustrată situația în care în momentul începerii reglajelor, punctele C0, D0 sînt astfel situate încît se poate ajunge la fel de repede la ambele situații de echilibru. În cazul în care se ajunge la echilibru fals, puntea trebuie dezechilibrată și procesul de echilibrare reluat.

5. γ, α variabile

Această situație este similară cu cea precedentă, puntea putînd ajunge atît la echilibru, cît și la echilibru fals.

Concluzie: pentru puntea *Sauty* în practică se aleg elementele reglabile doar ca în cazurile 1 (preferabil) sau 2 (mai puțin precis, dar mai ieftin).

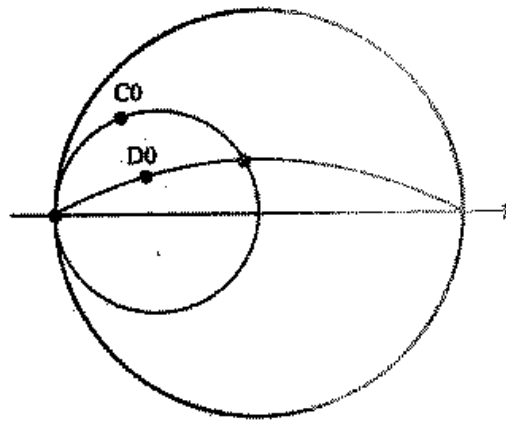


Figura 2.34: Cazul 5: γ, α variabile

Notă:

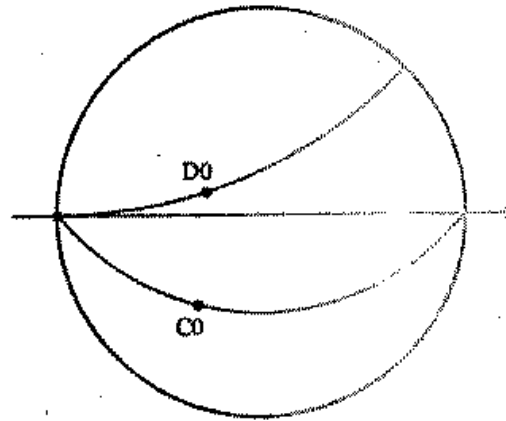


Figura 2.35: Exemplu de punte neconvergentă

Am afirmat în partea introductivă a acestui paragraf (pe baza ecuației 2.71) că dacă nu se respectă modul de legare al brațelor alese care să ducă la același semn al unghiului de divizare, nu se obține o punte convergentă. Folosind diagrama cercurilor, acest lucru devine evident: o astfel de punte are cele două elemente reglabile pe două segmente de cerc situate de o parte și de alta a axei reale, care nu se intersectează decât în origine. Un exemplu este ilustrat în figura 2.35.

2.3.1.3 Gradabilitatea reglajelor

În continuare, vom studia cum se aleg elementele reglabile pentru diferite configurații de punți, astfel încât să fie posibilă gradarea acestora în cele 2 componente ale reprezentării alese (carteziană, polară, mixtă). De asemenea, vom analiza dependența de frecvență a gradării.

Condiția de echilibru se poate scrie, folosind notațiile din figura 2.21 (a):

$$Z_{4x} = \frac{Z_1}{Z_2} Z_3 \stackrel{\text{not}}{=} R_{12} \cdot Z_3 \quad (2.81)$$

unde am notat R_{12} raportul brațelor adiacente diagonalei voltmetrului; în acest caz, puntea o vom numi *de raport*.

Dacă R_{12} și Z_3 sînt complexe, de forma:

$$\begin{cases} R_{12} = \alpha_{12} + j\beta_{12} \\ Z_3 = R_3 + jX_3 \end{cases} \quad (2.82)$$

atunci elementele impedanței necunoscute au expresia:

$$\begin{cases} R_{4x} = \alpha_{12}R_3 - \beta_{12}X_3 \\ X_{4x} = \alpha_{12}X_3 + \beta_{12}R_3 \end{cases} \quad (2.83)$$

Aceeași condiție de echilibru o putem scrie:

$$Z_{4x} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_2} = Z_1 Z_3 Y_2 \stackrel{\text{not}}{=} P_{13} \cdot Y_2 \quad (2.84)$$

unde am notat cu P_{13} produsul impedanțelor din brațele opuse, și puntea se numește *de produs*.

Dacă P_{13} și Y_2 sînt complexe, de forma:

$$\begin{cases} P_{13} = \alpha_{13} + j\beta_{13} \\ Y_2 = G_2 + jB_2 \end{cases} \quad (2.85)$$

atunci elementele impedanței necunoscute rezultă:

$$\begin{cases} R_{4x} = \alpha_{13}G_2 - \beta_{13}B_2 \\ X_{4x} = -\alpha_{13}B_2 + \beta_{13}G_2 \end{cases} \quad (2.86)$$

În ecuațiile 2.83, 2.86 atât componenta reală, cât și cea imaginară a impedanței necunoscute depind de mai multe elemente, deci nu se poate face o gradare directă, ci rezultatul se poate afla numai prin calcul. Dorim ca fiecare componentă a Z_x să depindă doar de o singură componentă a Z_e sau Y_e (care să fie gradate direct în valori R_e respectiv X_e), prin urmare raportul / produsul trebuie să fie *pur real* sau *pur imaginar*, nu complex. Din punct de vedere fizic, această condiție înseamnă că elementele din R_{4x} sau P_{4x} trebuie să fie rezistențe sau reactanțe pure.

În această situație, denumirea de punte de raport / punte de produs capătă o semnificație concretă (nu un simplu artificiu algebric).

- dacă $\beta = 0$, puntea se numește în *fază*. În cazul punților de raport, respectiv de produs, avem:

$$\begin{cases} \text{raport:} & \alpha_{12} = \frac{R_1}{R_2} \text{ sau } \frac{n_1}{n_2} \text{ (numere de spire) sau } \frac{C_2}{C_1} \\ \text{produs:} & \alpha_{13} = R_1 R_3 (> 0) \end{cases} \quad (2.87)$$

Trecerea din punte de raport în punte de produs se face mutînd rezistența de echilibrare din poziția 2 în 3.

- dacă $\alpha = 0$, puntea se numește în *cuadratură* și, analog:

$$\begin{cases} \text{raport:} & \beta_{12} = \omega R_1 C_2 (> 0) \\ \text{produs:} & \beta_{13} = -\frac{R_1}{\omega C_3} (< 0) \end{cases} \quad (2.88)$$

Trecerea din punte de raport în punte de produs se face mutînd capacitatea de echilibrare din poziția 2 în 3.

(întrucît $R_{4x} > 0$, iar reactanța echilibrorului $X_e = -1/\omega C_e < 0$, (C în brațul 2 sau 3), rezultă la o punte în *cuadratură*, folosind ecuațiile 2.83 și 2.86:

$$\beta_{12} > 0 \quad \text{și} \quad \beta_{13} = -R_1/\omega C_{3e} < 0 \quad (2.89)$$

deci $\beta = \omega R_1 C_2$ și nu $\beta = -1/\omega C_1 R_2$, adică soluția din 2.88 e singura posibilă).

Să vedem cum se gradează elementele reglabile în fiecare din cele 4 cazuri posibile (raport/produs, fază/cuadratură); de reținut că în toate cazurile echilibrarea este independentă de frecvență.

- $\beta = 0 \Rightarrow$ punți în fază:

$$-R_{12} = \alpha_{12} = \frac{R_1}{R_2} \text{ (punte de raport real)}$$

Varianta 1

$$Z_{4x} = \frac{\boxed{10^{\pm n}}}{R_1} \left(\frac{\boxed{\Omega}}{R_{4e}} + \frac{\boxed{F}}{j\omega C_{4e}} \right) \quad (2.90)$$

- * reglăm elemente de tip diferit în același braț (β, γ conform paragrafului despre convergența punților) ceea ce asigură unghi de convergență de 90 de grade deci precizie;
- * gradarea este independentă de frecvență;
- * gradarea este conform reprezentării *carteziane*; elementele variabile E_e sînt în același braț, diferit de brațul impedanței necunoscute;
- * dacă elementele variabile (E_e) sînt de tipul serie/paralel, atunci Z_x e tot de tipul serie, respectiv paralel; puntea se numește *Sauty*, respectiv *Nernst*

Varianta 2

$$Z_{4x} = \frac{\boxed{10^{\pm n}}}{R_1} \frac{\boxed{F}}{\omega R_{4e} C_3} \left(\omega C_3 \frac{\boxed{D}}{R_{4e}} + \frac{1}{j} \right) \quad (2.91)$$

- * reglare ieftină, cu cele 2 E_e de aceeași natură (mai ieftin, dar unghiul de convergență e variabil cu Q_x , mai mic de 90 de grade).

- * gradarea C rămâne independentă de frecvență, dar gradarea D nu!
 - * gradarea este conform reprezentării mixte; E_v sînt în brațe diferite (diferite de brațul Z_x);
- $P_{10} = \alpha_{10} = R_1 R_3$ (punte de produs real)

Varianta 1

$$Z_{4x} = \frac{10^{\pm n}}{R_1} R_3 \left(\frac{1}{R_{\beta x}} + j\omega \frac{H}{C_{\beta x}} \right) \quad (2.92)$$

- * precizie ($\gamma_c = \pi/2$);
- * gradarea este independentă de frecvență;
- * gradarea este carteziană, E_v în același braț;
- * E_v paralel/serie corespund la Z_x serie/paralel.

Varianta 2

$$Z_{4x} = \frac{10^{\pm n}}{R_1} \omega C_1^p \frac{H}{R_{\beta x}} \left(\frac{Q}{\omega R_{\beta x} C_1^p} + j \right) \quad (2.93)$$

- * gradare industrială ($\gamma_c < \pi/2$);
- * gradarea L este independentă de frecvență, dar gradarea Q nu!
- * gradarea este mixtă, E_v în brațe diferite.

- * $\alpha = 0 \Rightarrow$ punți în cuadratură;

- $R_{12} = j\beta_{12} = j\omega C_2 R_1$ (punți de raport imaginar)

Varianta 1

$$Z_{4x} = j\omega C_2 \frac{10^{\pm n}}{R_1} \left(\frac{H}{R_{\beta x}} + \frac{1}{j\omega C_{\beta x}} \right) \quad (2.94)$$

- * precizie ($\gamma_c = \pi/2$);
- * gradarea este independentă de frecvență;
- * gradarea este carteziană, E_v în același braț;
- * E_v serie/paralel corespund la Z_x serie/paralel (punte Owen).

Varianta 2

$$Z_{4x} = \frac{10^{\pm n}}{R_1} \omega \frac{H}{C_{\beta x}} \left(j + \frac{Q}{\omega C_{\beta x} R_3} \right) \quad (2.95)$$

- * gradare industrială ($\gamma_c < \pi/2$);
- * gradarea L este independentă de frecvență, dar gradarea Q nu!

* gradarea este *mixtă*, E_v în brațe diferite.

$$- P_{13} = j\beta_{13} = \frac{R_1}{j\omega C_3} \text{ (punți de produs imaginar)}$$

Varianța 1

$$Z_{4x} = \frac{\frac{10^{\pm n}}{R_1}}{j\omega C_3} \left(\frac{\frac{F}{1}}{R_{2e}^p} + j\omega \frac{\frac{\Omega}{1}}{C_{pe}^p} \right) \quad (2.96)$$

- * precizie ($\gamma_c = \pi/2$);
- * gradarea este independentă de frecvență;
- * gradarea este *carteziană*, E_v în același braț;
- * E_v paralel/serie corespund la Z_x serie/paralel (punte *Schering*).

Varianța 2

$$Z_{4x} = \frac{\frac{10^{\pm n}}{R_1}}{\omega C_{pe}^p R_2^p} \left(\frac{1}{j} + \omega \frac{\frac{D}{1}}{C_{pe}^p R_2^p} \right) \quad (2.97)$$

- * gradare industrială ($\gamma_c < \pi/2$);
- * gradarea C este independentă de frecvență, dar gradarea D nu!
- * gradarea este *mixtă*, E_v în brațe diferite.

Notă Indiferent dacă echilibrarea și/sau gradarea sînt independente de frecvență, măsurătoarea este corectă numai dacă impedanța necunoscută are aceeași structură fizică cu reprezentarea (serie sau paralel); în acest caz, generatorul poate fi instabil, nesinusoidal (eventual chiar rectangular). Dacă elementul are altă structură fizică, reprezentarea echivalentă furnizată de punte fiind dependentă de frecvență, generatorul trebuie să fie sinusoidal și exact de frecvența dorită (stabil). Dacă nu este nesinusoidal, pe diferite armonici ar corespunde alte valori ale elementelor și puntea nu se mai echilibrează.

Variantele prezentate pînă acum aveau în comun faptul că elementele reglabile Z_v se aflau în alt (alte) brațe decît Z_x . Dacă se află în același braț cu Z_x , punțile obținute se numesc *punți de substituție*.

Structura punții de substituție cuprinde două elemente reglabile situate în același braț cu Z_x , notate Z_v și numite *echilibror*, și alte două elemente reglabile, situate într-una din pozițiile de la punțile de mai sus, notate Z_z și numite *corector de zero*; ordinul de mărime este întotdeauna $\times 1$, nemaiputînd fi comutat.

Metoda de echilibrare (numită dublă echilibrare) este următoarea: se pun elementele reglabile Z_v din brațul cu Z_x în poziția lor de gradare 0 (care nu corespunde cu valoarea 0 a elementului respectiv, ci cu o valoare intermediară), se face scurt-circuit pe Z_x și se lasă în gol bornele Y_x ; se echilibrează puntea din corectorul de zero.

Corectorul de zero are elementele reglabile (negradat) într-o gamă restrînsă de valori în jurul valorilor de gradare 0 ale echilibrorului. În urma acestei prime echilibrări, se anulează abaterile celorlalte elemente ale punții (exceptînd Z_v) precum și cuplajele parazite capacitive și magnetice rămase în urma ecranării imperfecte între generator și IN. Rezultă că doar Z_v trebuie să fie de mare precizie – avantaj net la înaltă frecvență.

Apoi se introduce în circuit Z_x (respectiv Y_x) și se reface echilibrul din componentele Z_v , modificându-l cu ΔZ_v , fără a mai schimba valoarea corectorului de zero. Când se ajunge din nou la echilibru, știm că valoarea ΔZ_v compensează introducerea lui Z_x (conform reprezentării alese).

Ecuatiile de echilibru, în cazurile raport/produs, sînt:

$$\begin{cases} Z_x + \cancel{Z_v} = \mathcal{R}_{12} \cancel{Z_v} (= \mathcal{P}_{13} \cancel{Y_v}) \\ Y_x + \cancel{Y_v} = \mathcal{R}_{12}^{-1} \cancel{Y_v} (= \mathcal{P}_{13}^{-1} \cancel{Z_v}) \end{cases} \quad (2.98)$$

unde $\mathcal{R}_{12} = 1$ sau j iar $\mathcal{P}_{13} = 10^N$ sau $j \cdot 10^N$, $N \in \mathbb{N}$.

Elementele reglabile Z_v trebuie să fie de tipul "cu zeroul la mijloc" adică valoarea lor să poată fi modificată în ambele sensuri; componenta rezistivă scade la măsurarea Z_x și crește la măsurarea Y_x , componenta capacitivă scade la măsurarea C_x și crește la măsurarea L_x (în cazul punților de raport). Formulele de calcul complete sînt analoage celor de la Q-metru, care e tot un aparat care măsoară prin substituție.

Se observă că, în aceste cazuri, raportul/produsul nu poate fi decît 1 sau j , nu $10^{\pm n}$ ca în cazul precedent. Acesta este dezavantajul echilibrării prin substituție, care este însă minor la înaltă frecvență unde impedanțele de măsurat au o gamă de valori mai restrînsă din cauza elementelor parazite însoțitoare. Avantajul este că se elimină efectul impedanțelor parazite care apar între brațele punții, deoarece ele afectează în egală măsură ambele etape ale măsurătorii.

2.3.1.4 Sensibilitatea punților

Convergența arată cât de repede se poate face echilibrarea punții; pentru a vedea însă cât de precis se poate face echilibrarea, folosim sensibilitatea.

Dacă scriem raportul U_{IN}/E_p ca funcție de Z_x :

$$\frac{U_{IN}}{E} = f(Z_x) \quad \text{variații mici} \quad \frac{dU_{IN}}{E} = S \frac{dZ_x}{Z_x} \quad (2.99)$$

unde coeficientul S este tocmai sensibilitatea punții;

Prin urmare, într-un punct oarecare:

$$S = \frac{\frac{dU_{IN}}{E}}{\frac{dZ_x}{Z_x}} \quad (2.100)$$

iar în apropierea echilibrului:

$$S_0 = \frac{\frac{U_{IN}}{E}}{\sigma_0} \quad (2.101)$$

unde σ_0 este factorul de dezechilibru:

$$\sigma_0 = \frac{\Delta Z_x}{Z_x} = \frac{\Delta Z_e}{Z_e} \quad (2.102)$$

S este variabil departe de echilibru; valoarea lui caracterizează posibilitatea depistării sensului variației pe indicatorul de nul, ceea ce ne permite să ne apropiem de echilibru.

S_0 este constant (la echilibru) și caracterizează precizia stabilirii condiției de echilibru (precizia citirii zeroului pe IN).

Pentru stabilirea expresiei lui S_0 , pornim de la ecuația 2.49:

$$\frac{U_{IN}}{E} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_3}{Z_3 + Z_{4x}} \quad (2.103)$$

prin derivare se obține:

$$\frac{dU_{IN}}{E} = \frac{Z_3 dZ_{4x}}{(Z_3 + Z_{4x})^2} = \frac{Z_3 Z_{4x}}{(Z_3 + Z_{4x})^2} \frac{dZ_{4x}}{Z_{4x}} \quad (2.104)$$

$$= \frac{\frac{Z_{4x}}{Z_3}}{\left(1 + \frac{Z_{4x}}{Z_3}\right)^2} = \frac{A}{(1 + A)^2} \sigma_0 \quad (2.105)$$

unde am notat cu A raportul celor 2 impedanțe care sînt în brațele alăturate instrumentului:

$$A = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_{4x0}}{Z_3} \quad (2.106)$$

Atunci, folosind ecuația 2.101, se obține expresia lui S_0 :

$$S_0 = \frac{A}{(1 + A)^2} \quad (2.107)$$

Se observă că nu contează dacă luăm $A = Z_1/Z_2$ sau $A = Z_2/Z_1$; puntea poate fi privită "în oglindă", valoarea lui S_0 fiind aceeași:

$$A_1 = \frac{1}{A} \Rightarrow S_0 = \frac{\frac{1}{A_1}}{\left(1 + \frac{1}{A_1}\right)^2} = \frac{A_1}{(1 + A_1)^2} \quad (2.108)$$

Vom studia cele două cazuri particulare de punți:

Cazul punților de c.c.

În acest caz, A este real. Dorim să vedem cum depinde sensibilitatea punții de A și care este $S_{0,max}$. Pentru aflarea maximumului, derivăm:

$$\left(\frac{A}{(1+A)^2}\right)' = \frac{(1+A)^2 - A \cdot 2(1+A)}{(1+A)^4} = \frac{1-A}{(1+A)^3} = 0 \Rightarrow A = 1 \quad (2.109)$$

prin urmare

$$S_{0,max} = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{4} = 0.25 \quad (2.110)$$

Reprezentăm grafic în figura 2.36 variația tensiunii de dezechilibru raportate funcție de R_4/R_{40} în cazul particular $A = 1$ (sensibilitate maximă) și observăm că sensibilitatea este egală cu tangenta unghiului tangentei la curbă în punctul în care ne aflăm.

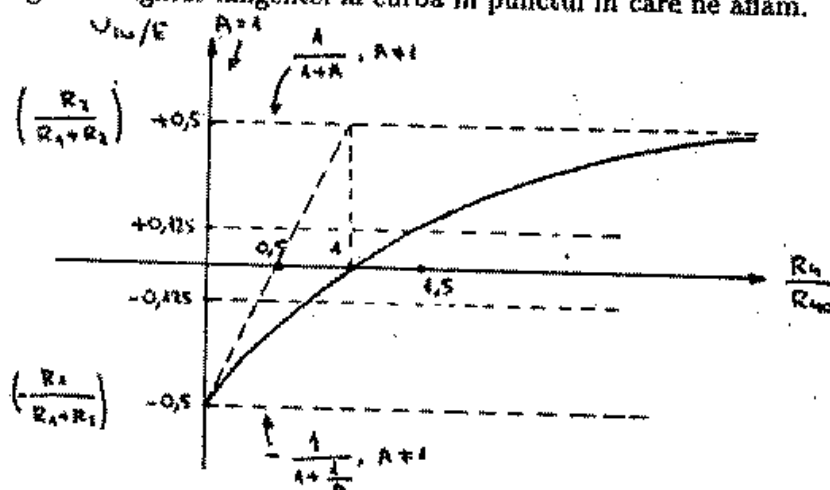


Figura 2.36: Variația U_{IN}/E pentru $A = 1$

În figura 2.37 este reprezentată variația $S_0 = f(A)$. Se observă că $S_0(A) = S_0(1/A)$, $\forall A$. Cîteva valori ale lui S_0 sînt date în tabelul de mai jos:

A	S_0
1	0.25
$10^{\pm 1}$	$8.26 \cdot 10^{-2}$
$10^{\pm 2}$	$9.8 \cdot 10^{-3}$
...	...
$\infty^{\pm 1}$	$1/A$

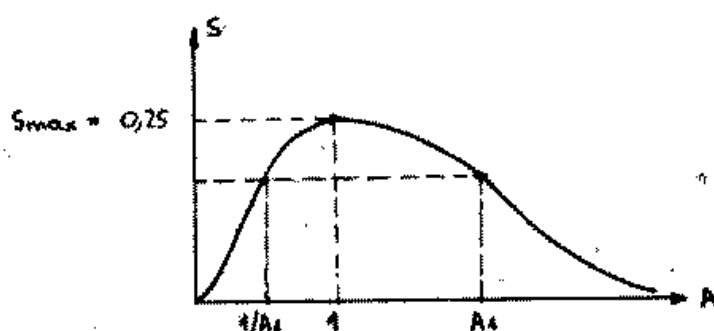


Figura 2.37: Variația sensibilității în funcție de A

Se observă că pentru valori mari/mici ale lui A , sensibilitatea scade foarte mult, pînă cînd puntea ajunge inutilizabilă (rapoartele practice sînt cuprinse între $1/100$ și $100/1$).

Cazul punților de c.a.

- punți de raport, în fază: $A = R \in \mathbb{R}$: aceeași situație ca la punțile de c.c.
- punți de raport, în cuadratură: $A = R = \pm j A_0$

În acest caz:

$$S_0 = \frac{\pm j A_0}{(1 \pm j A_0)^2} \Rightarrow |S_0| = \frac{A_0}{1 + A_0^2} \quad (2.111)$$

(ne interesează $|S_0|$ și nu S_0 pentru că instrumentul indică doar modulul, nu și faza tensiunii)

Căutăm maximum lui S_0 :

$$\left(\frac{A_0}{1 + A_0^2} \right)' = \frac{1 + A_0^2 - A_0 \cdot 2A_0}{(1 + A_0^2)^2} = \frac{1 - A_0^2}{(1 + A_0^2)^2} = 0 \Rightarrow A_0 = 1 \quad (2.112)$$

în acest caz,

$$|S_0|_{\max} = \frac{A_0}{1 + A_0^2} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad (2.113)$$

deci sensibilitatea punților în cuadratură este dublă față de cea a punților în fază, în cazul optim ($A_0 = 1$).

Dacă însă $A_0 = 10^{\pm 1} \Rightarrow |S_0|_{\max} = 9.9 \cdot 10^{-2}$ ceea ce reprezintă o îmbunătățire neglijabilă față de cazul anterior.

- punți de produs, în fază sau în cuadratură:

În acest caz, produsul $\mathcal{P} = Z_1 Z_3$ deci este fix, în timp ce A este o variabilă complexă $A = Z_4/Z_3 \stackrel{\text{not}}{=} K e^{j\kappa}$;

$$S_0 = \frac{A}{(1 + A)^2} \Rightarrow |S_0| = \frac{K}{|1 + K \cos \kappa + j \sin \kappa|^2} = \frac{K}{1 + 2 \cos \kappa + \kappa^2} \quad (2.114)$$

Valoarea maximă se obține pentru $K = 1$ ($|Z_3| = |Z_{40}|$):

$$\begin{matrix} 0.25 & \leq |S_0|_{\max} \leq & 0.5 \\ (\kappa = 0) & & (\kappa = \pm\pi/2) \end{matrix} \quad (2.115)$$

deci în funcție de valoarea argumentului κ sensibilitatea punctelor de produs se situează între cea a punctelor de raport în fază și cea a punctelor în cuadratură. Dacă însă $K \neq 1$, de exemplu $K = 10^{\pm 1}$, atunci

$$8.26 \cdot 10^{-2} \leq |S_0| \leq 9.9 \cdot 10^{-2} \quad (2.116)$$

Așadar și în acest caz, îmbunătățirea este nesemnificativă dacă nu se alege un raport al punctii apropiat de 1.

2.3.2 Punți uzuale (pasive)

În cele ce urmează, vom studia câteva configurații de punți mai des întâlnite.

2.3.2.1 Punți de c.c.

Punți pentru măsurarea R_x medii

Pentru R_x de ordinul $10\Omega \dots 10M\Omega$ și precizie medie, se folosește puntea Wheatstone, cu schema din figura 2.38.

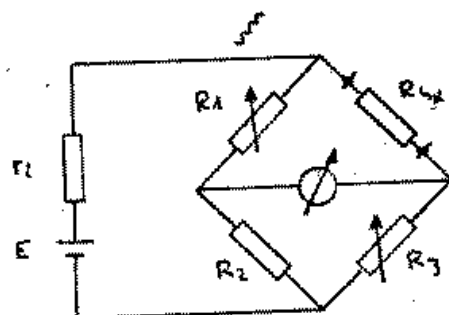


Figura 2.38: Puntea Wheatstone

Pentru această punte, relația de echilibru este:

$$R_{4x} = \frac{10^{\pm n} \Omega}{R_2} R_1 R_3 \quad (2.117)$$

Din considerente de sensibilitate, analizate în paragraful 2.3.1.4, n se alege rareori mai mare de 2.3. De asemenea, valori mai mari de atât pentru n ar însemna valori ale $R_x < 1\Omega$ sau $> 1M\Omega$, în care caz încep să intervină semnificativ rezistențele de contact, respectiv de scurgeri, și puntea Wheatstone nu permite eliminarea efectelor acestor rezistențe.

Ca o observație, dacă instrumentul indicator de nul este un galvanometru (deci un instrument pasiv, nu un milivoltmetru electronic cu impedanță mare de intrare), condiția de sensibilitate maximă impune ca rezistențele să aibă aceeași valoare, adică $A = 1$ se realizează fizic cu $A = R_1/R_2 = 100\Omega/100\Omega$ pentru măsurarea unei rezistențe de ordinul a 100Ω , respectiv $1K\Omega/1K\Omega$ pentru măsurarea unei rezistențe de ordinul a $1K\Omega$, etc.

Punți pentru măsurarea R_x mici

Pentru măsurarea $R_x < 10\Omega$, sau măsurări de precizie sau distanțe, rezistențele conexiunilor de măsură, care sînt inseparabile, introduc erori care pot fi eliminate prin folosirea conexiunii cuadripolare. Două tipuri de punți care permit această conexiune sînt prezentate mai jos:

- puntea dublă (Thomson/Kelvin)

Această punte folosește $R_c \simeq R_x$ și permite conexiuni cuadripolare pentru R_x și R_c . Schema punții este redată în figura 2.39.

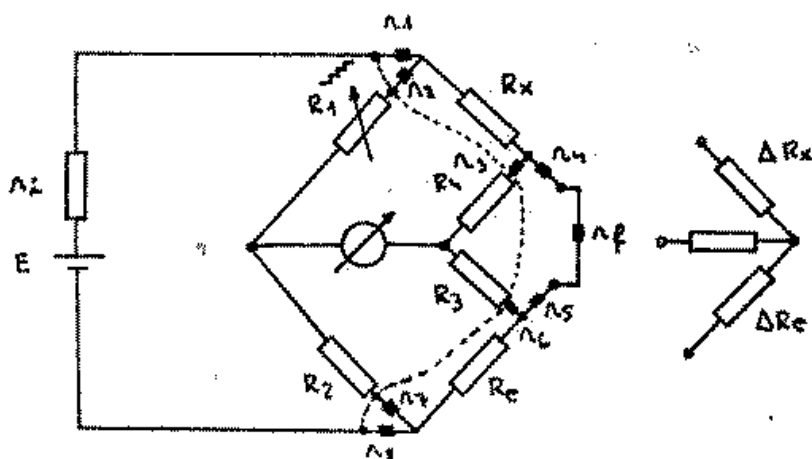


Figura 2.39: Puntea Thomson/Kelvin

R_1, R_2 sînt rezistențe etalon de precizie. Pentru a nu fi necesare rezistențe etalon și în pozițiile R_3, R_4 , echilibrarea se face în două etape, după cum se va vedea.

Relația între ordinele de mărime ale rezistențelor este:

$$R_{1,2,3,4} \gg R_{x,c}, r_{1..5} \quad (2.118)$$

unde r_i modelează rezistențele de contact și rezistențele conexiunilor. $R_{1,2,3,4}$ se iau de ordinul a zeci de $K\Omega$. r_f este rezistența firului de legătură necesar pentru închiderea schemei.

Prin transformarea triunghiului format din R_4, R_3 și r_f , în serie cu rezistențele de contact, într-o stea, așa cum se vede pe figură, se obțin valorile rezistențelor din laturile stelei:

$$\frac{(R_4 + r_4)(r_4 + r_f + r_5)}{\sum R} \stackrel{\text{not}}{=} \Delta R_x \quad (2.119)$$

$$\frac{(R_3 + r_3)(r_4 + r_f + r_5)}{\sum R} \stackrel{\text{not}}{=} \Delta R_c \quad (2.120)$$

(aici rezistența din stea nu contează, fiind în serie cu IN).

Într-o paranteză rezistențele r_i care apar în serie cu R_i , se scrie raportul:

$$\frac{\Delta R_x}{\Delta R_c} \approx \frac{R_4}{R_3} \stackrel{\text{inmultim}}{=} \frac{k \cdot R_4}{k \cdot R_3} \quad (2.121)$$

Etapele de echilibrare sînt:

- etapa 1: scurt-circuităm cele 6 borne la care se leagă R_x, R_c (scurt-circuit figurat prin linia punctată de pe desen), obținînd astfel o punte Wheatstone obișnuită, care se echilibrează prin ajustarea R_3 astfel încît:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (2.122)$$

(această etapă e cea care permite folosirea unor rezistențe obișnuite și nu etalon în pozițiile R_3, R_4).

- etapa 2: se desface legătura de scurt-circuit și se re-echilibrează din R_c puntea astfel încât să obținem relația de echilibru:

$$\frac{R_x + \Delta R_x}{R_c + \Delta R_c} = \frac{R_1 + r_2}{R_2 + r_1} \approx \frac{R_1}{R_2} \stackrel{\text{etapa 1}}{=} \frac{R_4}{R_3} \quad (2.123)$$

adică, folosind notația din ecuația 2.121:

$$\frac{R_x + kR_4}{R_c + kR_3} = \frac{R_4}{R_3} \Rightarrow \frac{R_x}{R_c} = \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} \quad (2.124)$$

și deci condiția de echilibru se poate aduce la forma standard:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \frac{R_4}{R_3} \quad (2.125)$$

Schema se poate redesena pentru a pune în evidență conexiunea cuadripolară (figura 2.40).

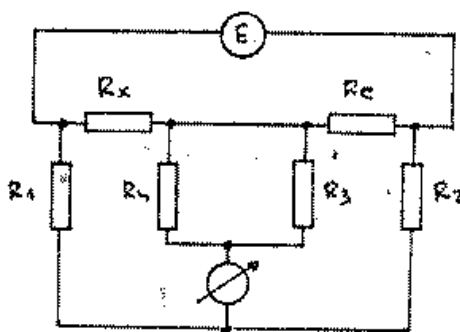


Figura 2.40: Conexiunea cuadripolară a punții Thomson/Kelvin

Dezavantajul punții Thomson/Kelvin este că puntea nu este suficient de sensibilă dacă se folosește un indicator de nul pasiv (nu un milivoltmetru electronic), datorită neîndeplinirii condiției de sensibilitate maximă (R_x, R_c să fie de același ordin de mărime cu $R_1 \dots R_4$).

- puntea triplă (Warschawsky)

Aceasta se obține prin "extinderea" punții Thomson/Kelvin, făcând conexiune cuadripolară și pentru rezistențele R_1, R_2 . În acest fel $R_{1,2,x,c}$ au același ordin de mărime și se poate obține sensibilitatea maximă în cazul folosirii unui galvanometru. În momentul de față însă, complexitatea sporită a punții nu se mai justifică, având în vedere că un amplificator de curent continuu cu impedanță mare de intrare este ceva foarte obișnuit.

Punți pentru măsurarea R_x mari

Dacă $R_x > 10M\Omega$ sau se fac măsurători de mare precizie sau *in situ*, efectul rezistențelor de izolație (scurgeri), inseparabile de R_x , se poate elimina folosind punți care să permită conexiunea tripolară:

• puntea simplă cu gardă

La această punte, borna de gardă G se leagă fie la pământ (de exemplu, în cazul măsurării rezistenței de izolație între firele unui cablu subteran), fie se obține prin legarea împreună a celorlalte borne ale componentelor care apar în paralel pe R_x , avînd o bornă comună cu R_x , în cazul măsurării *in situ*.

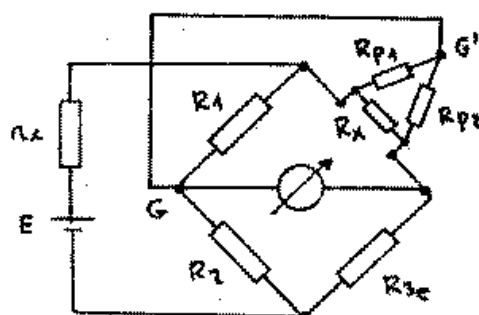


Figura 2.41: Puntea simplă cu gardă

Schema punții este redată în figura 2.41.

Fără legătura G-G', se observă că valoarea măsurată $R_m = R_x \parallel (R_{p1} + R_{p2})$;

Făcînd legătura G-G', R_{p1} apare în paralel pe R_1 și efectul ei nu contează dacă $R_1 \ll R_{p1}$, iar R_{p2} este bootstrapată, apărînd în paralel pe IN care la echilibru are bornele la același potențial. Se obține relația de echilibru:

$$\frac{R_1 \parallel R_{p1}}{R_2} = \frac{R_{4x}}{R_3} \Rightarrow R_x = \frac{10^{\pm n}}{R_2} \frac{\Omega}{R_1} \quad (2.126)$$

Dezavantajul acestei punți este că R_{p1} șuntează IN și îi reduce oarecum sensibilitatea (mai ales la măsurări *in situ* sau alte măsurări unde rezistențele parazite nu au valori foarte mari).

• puntea dublă cu gardă (sau puntea cu "pământ Wagner" în c.a.)

Dacă condiția anterioară ($R_1 \ll R_{p1}, R_{p2}$) nu este îndeplinită, puntea simplă are erori prea mari; se folosește puntea dublă din figura 2.42:

Ordinele de mărime ale rezistențelor se află în relația:

$$R_{A,B} \ll R_{1,2} \ll R_{x,e} \quad (2.127)$$

($R_A, R_B < 100\Omega$) Echilibrarea se face în două etape:

- cu comutatorul pe poziția 1, se reglează R_B pînă la echilibrare punții secundare R_1, R_2, R_A, R_B , ceea ce corespunde relației:

$$\frac{R_{p1} \parallel R_A}{R_B} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2.128)$$

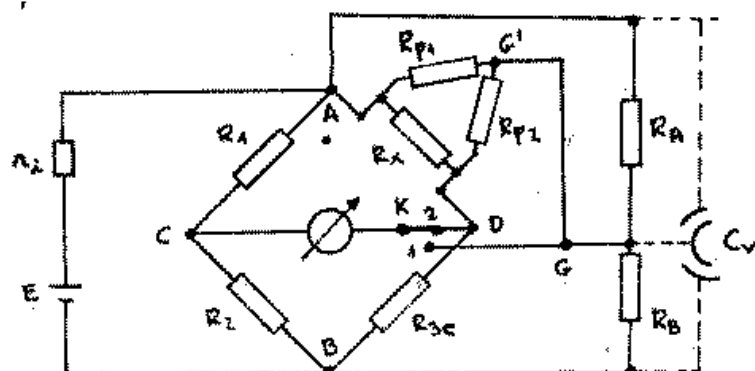


Figura 2.42: Puntea dublă cu gardă

În c.a., în paralel pe R_A, R_B se montează condensatorul variabil cu două secțiuni, care are proprietatea că i se poate regla raportul dintre capacitățile celor 2 secțiuni, suma acestora fiind constantă; în timpul echilibrării se reglează în acest caz R_B și C_V (denumirea de pământ Wagner se referă la acest ultim caz).

- cu comutatorul în poziția 2, se aduce puntea la echilibru prin reglarea lui R_{3c} . Condiția de echilibru devine cea clasică:

$$R_{1x} = \frac{10^{\pm n}}{R_2} \frac{\Omega}{R_{3c}} \quad (2.129)$$

Se observă că R_{p1}, R_{p2} au fost eliminate: R_{p1} apare în puntea secundară, iar R_{p2} este echipotențială ($V_G = V_C = V_D$).

Notă: practic, cele două etape de echilibrare se realizează prin încercări succesive, nefiind posibilă aducerea la echilibru din doar două manevre.

2.3.2.2 Punți de c.a.

- Pe baza condițiilor stabilite în paragraful despre convergența punților, doar 8 configurații de punți pot fi echilibrate independent de frecvență. În funcție de cum se aleg elementele reglabile, gradarea va fi sau nu independentă de frecvență.

Vom studia cele 8 punți care, inițial, au fost descoperite pe rînd, și de aceea poartă numele creatorilor lor. De abia mai târziu a devenit evident că toate sînt cazuri particulare ale punții Wheatstone de c.a., diferind prin natura impedanțelor din brațe și configurațiile raport/produs și fază/cuadratură.

Punți de raport/produs real (în fază)

($R = R_1/R_2$, $P = R_1/R_3$)

Ecuatiile de echilibru ale acestor punți sînt:

$$R_4 \stackrel{R}{=} \alpha_{12} R_3 \stackrel{P}{=} \alpha_{13} G_2 \quad (2.130)$$

$$X_4 \stackrel{R}{=} \alpha_{12} X_3 \stackrel{P}{=} \alpha_{13} B_2 \quad (2.131)$$

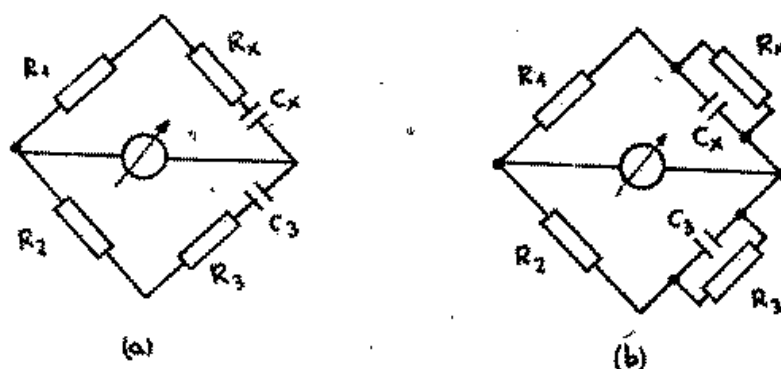


Figura 2.43: Punți de raport real (în fază)

Punțile de raport real sînt prezentate în figura 2.43 (a) – Puntea *Sauty* și (b) – Puntea *Nernst*, ambele punți pentru capacități, în configurație serie, respectiv paralel:

Dacă se alege un reglaj de tipul β, γ atunci relațiile de echilibru se scriu conform reprezentării carteziene, și gradarea nu depinde de frecvență:

$$C_x = \frac{10^{\pm n}}{\beta_1} R_2 \frac{F}{Q_3} \quad (2.132)$$

$$R_x = \frac{10^{\pm n}}{\beta_1} \frac{1}{R_2} \frac{\Omega}{\beta_3} \quad (2.133)$$

Iar dacă se alege un reglaj industrial de tipul α, β , atunci reprezentarea este mixtă și gradarea depinde de frecvență:

$$C_x = \frac{10^{\pm n}}{\beta_1} \frac{F}{\beta_2} C_3 \quad (2.134)$$

$$\begin{aligned} D_x = \omega C_3 \frac{D_x}{\beta_3} \in [0, D_{max}] \text{ (serie)} \quad Q_x = \omega C_3 \frac{D_x}{\beta_3} \in [0, Q_{max}] \text{ (paralel)} \\ \varphi_x \in [-\pi/2, -\varphi_m] \quad \varphi_x \in [0, -\varphi_M] \end{aligned} \quad (2.135)$$

Punțile de produs real sînt prezentate în figura 2.44 (a) – Puntea *Maxwell-Wien* și (b) Puntea *Hay*, ambele punți pentru inductanțe, în configurație serie, respectiv paralel:

Dacă se alege un reglaj de tipul β, γ :

$$L_x = \frac{10^{\pm n}}{\beta_1} R_3 \frac{H}{Q_2} \quad (2.136)$$

$$(2.137)$$

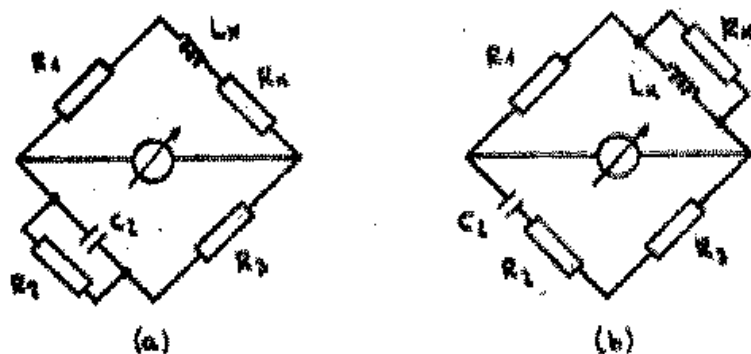


Figura 2.44: Punți de produs real (în fază)

$$R_x = \frac{10^{\pm n}}{H_1} R_3 \frac{\Omega}{H_2}$$

Iar dacă se alege un reglaj de tipul α, β :

$$L_x = \frac{10^{\pm n}}{H_1} \frac{H}{H_2} C_2 \quad (2.138)$$

$$Q_x = \omega C_2 \frac{Q_x}{H_2} \in [0, Q_{max}] \text{ (serie)} \quad D_x = \omega C_2 \frac{D_x}{H_2} \in [0, D_{max}] \text{ (paralel)}$$

$$\varphi_x \in [0, \varphi_M] \quad \varphi_x \in [\varphi_m, \pi/2] \quad (2.139)$$

Punți de raport/produs imaginare (în cuadratură)

($R = j\omega C_2 R_1$, $P = -jR_1/\omega C_2$)

Ecuatiile de echilibru ale acestor punți sînt:

$$R_4 \stackrel{R}{=} -\beta_{12} X_3 \stackrel{P}{=} -\beta_{13} B_2 \quad (2.140)$$

$$X_4 \stackrel{R}{=} \beta_{12} R_3 \stackrel{P}{=} \beta_{13} G_2 \quad (2.141)$$

Punțile de raport imaginare sînt prezentate în figura 2.45 - Punți Owen, ambele punți pentru inductanțe, în configurație serie, respectiv paralel:

Dacă se alege un reglaj de tipul β, γ :

$$L_x = \frac{10^{\pm n}}{H_1} C_2 \frac{H}{H_3} \quad (2.142)$$

$$(2.143)$$

$$R_x = \frac{10^{\pm n}}{H_1} C_2 \frac{\Omega}{H_3}$$

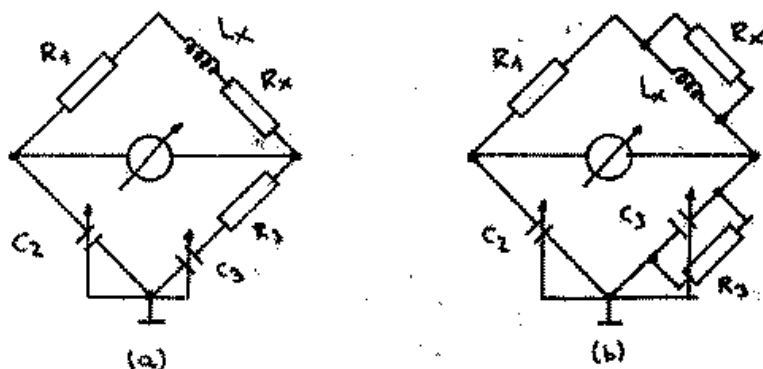


Figura 2.45: Punți de raport imaginar (în cuadratură)

Iar dacă se alege un reglaj de tipul α, β :

$$L_x = \frac{10^{\pm n}}{f_1} \frac{H}{Q_2 R_3} \quad (2.144)$$

$$Q_x = \omega \frac{Q_x}{Q_3} R_3 \in [0, Q_{max}] \text{ (serie)} \quad D_x = \omega \frac{D_x}{Q_3} R_3 \in [0, D_{max}] \text{ (paralel)}$$

$$\varphi_x \in [0, \varphi_M] \quad \varphi_x \in [\varphi_m, \pi/2] \quad (2.145)$$

Punțile de produs imaginar sînt prezentate în figura 2.46 - Punți Schering, ambele punți pentru capacități, în configurație serie, respectiv paralel:

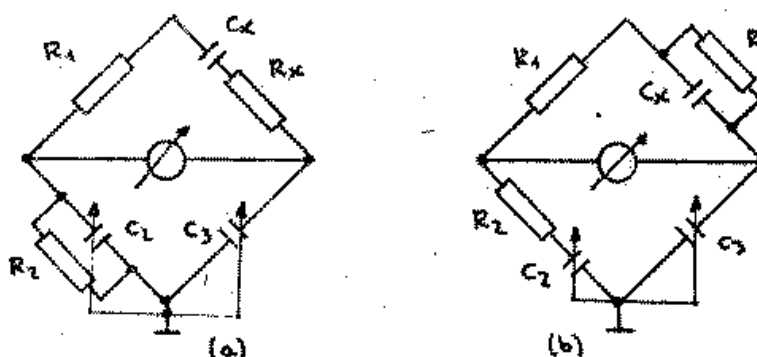


Figura 2.46: Punți de produs imaginar (în cuadratură)

Dacă se alege un reglaj de tipul β, γ :

$$C_x = \frac{1}{f_1} \frac{F}{C_3 Q_2} \quad (2.146)$$

$$R_x = \frac{1}{f_1} \frac{\Omega}{C_3 Q_2} \quad (2.147)$$

Iar dacă se alege un reglaj de tipul α, β :

$$C_x = \frac{\frac{10^{10}}{R_1}}{\frac{1}{R_2}} \quad (2.148)$$

$$\begin{aligned} D_x &= \omega \frac{D_x}{Q_2} R_2 \in [0, D_{max}] \text{ (serie)} & Q_x &= \omega \frac{D_x}{Q_2} R_2 \in [0, Q_{max}] \text{ (paralel)} \\ \varphi_x &\in [0, -\varphi_M] & \varphi_x &\in [-\varphi_m, -\pi/2] \end{aligned} \quad (2.149)$$

Observații

- punțile în cuadratură (Owen, Schering) în variantă industrială se folosesc de obicei în înaltă frecvență, deoarece condensatoarele variabile au componentele parazite mai precis controlate decât potențiometrele, și în plus după cum se vede pe figurile 2.45, 2.46 cursoarele acestora se pot regla la pământ, ceea ce elimină influența mîinii operatorului;
- uzual, cîte 4 tipuri de punți (cele în fază sau cele în cuadratură) se realizează constructiv în același aparat, în care se comută poziția elementelor în schemă odată cu schimbarea funcției de măsură;

- știind că rezistențele variabile iau valori $R_V \in [0, R_{Vmax}]$ și $C_V \in [0, C_{Vmax}]$, nu se poate obține o acoperire completă a domeniului D, Q cu o singură punte de capacități, ci pentru aceeași natură de impedanțe sînt necesare 2 scheme, una măsurînd $Q \in [0, Q_M]$ și cealaltă $Q \in [Q_m, \infty]$.

Se observă pe figură că în punțile pereche (duale) pentru o aceeași reactanță (de ex, Sauty $\leftrightarrow$ Nernst) produsul ωRC reprezintă D pentru conexiunea serie și Q pentru cea paralel. Pentru o acoperire completă a domeniului de impedanțe ($\varphi \in [0, \pm\pi/2]$) este necesar ca $\omega R_{max} C_{max} \geq 1$ ($\omega RC = 1$ corespunde la $\varphi_x = \pm\pi/4$). În mod obișnuit, se ia $\omega R_{max} C_{max} \gg 1$ (de exemplu, 10) astfel încît pentru impedanțele cu unghi mediu se pot obține cu aparatul atît elementele echivalente serie cît și derivație, urmînd ca pentru reactanțe/rezistențe aproape pure să nu se mai poată obține decît elementele echivalente într-o singură reprezentare (serie sau derivație).

- la toate punțile prezentate, echilibrarea nu depinde de frecvență; gradarea depinde de frecvență numai pentru mărimile D_x, Q_x la punțile de tipul α, β ; măsurătoarea este însă corectă numai dacă conexiunea fizică a Z_x corespunde cu reprezentarea;
- unghiul de convergență al punților cu reglaje de tipul β, γ este de $\pi/2$, iar al celor cu reglaje α, β este $< \pi/2$ și depinde de Z_x (mai exact, de Q_x);
- sensibilitatea punților este:

— constantă la punțile:

* de raport real $\mathcal{R} = \alpha \Rightarrow S_0 = 0.25$ (Sauty, Nernst, pentru măsurarea C_x);

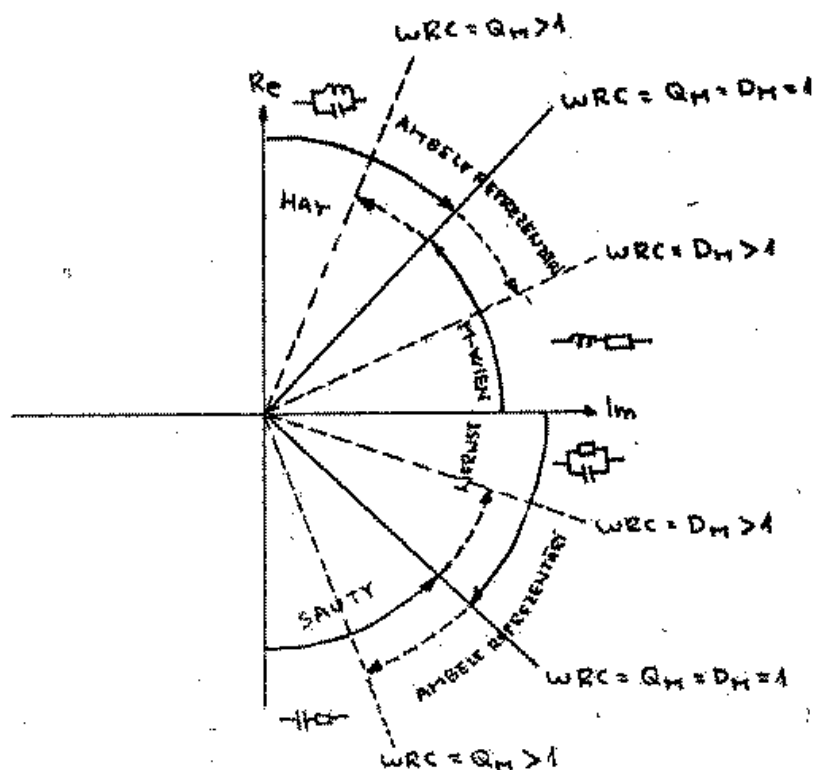


Figura 2.47: Acoperirea domeniului de măsură

- * de raport imaginar $R = j\beta \Rightarrow S_0 = 0.5$ (Owen, pentru măsurarea L_x).
 - variabilă cu Z_x :
 - * la punțile cu raport variabil (reglaj α, β);
 - * la toate punțile de produs.
- La punțile cu S variabilă, sensibilitatea maximă se obține când $R_1 = |Z_2|$, situație care se întâlnește într-un singur punct, pe gama mijlocie de valori a domeniului de măsură al aparatului.
- Nu există punți gradabile pentru măsurarea inductanțelor mutuale (există de exemplu puntea Carey-Foster care permite măsurarea M dar prin calcul, funcție de valorile mai multor elemente variabile din punte;
- Inductanța mutuală M se măsoară cu punți de inductanțe obișnuite, în două etape:

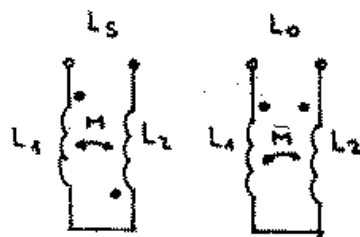


Figura 2.48: Măsurarea inductanțelor mutuale

- se conectează inductanța la punte după schema din figura 2.48 (a), și se citește L_S (serie);

— se conectează ca în figura (b) și se citește L_O (opoziție).

Notă: valorile direct citite pot fi folosite doar dacă ambele corespund unei reprezentări serie a impedanței. În caz contrar, valoarea obținută echivalent derivajie trebuie transformată prin calcul în valoare echivalentă serie (la un transformator cu miez magnetic, inductanța serie este mare și are Q mare, iar inductanța în opoziție este mult mai mică și are Q mic, încît se poate întîmpla ca L_S să fie măsurată echivalent derivajie iar L_O să fie măsurată echivalent serie).

Se folosec relațiile:

$$L_S = L_1 + L_2 + 2M \quad (2.150)$$

$$L_O = L_1 + L_2 - 2M \quad (2.151)$$

de unde rezultă

$$M = \frac{1}{4}(L_S - L_O) \quad (2.152)$$

Punți cu transformator

Punțile cu transformator sînt de raport real $\mathcal{R} = N_1/N_2$; dacă $\mathcal{R} = 1$ ele se numesc și punți diferențiale, în practică însă denumirea este extinsă și la punți cu $\mathcal{R} \neq 1$; dacă raportul este reglabil digital decadic (cifră cu cifră) se numesc punți cu dispozitiv inductiv de raport (DIR). De obicei ele sînt cele mai precise punți.

Elementul de bază al acestor punți este transformatorul (cu două secțiuni), reprezentat în figura 2.49.

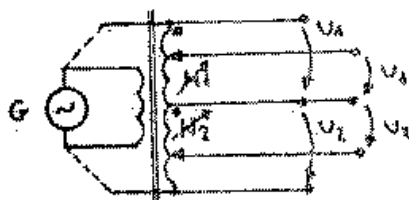


Figura 2.49: Transformator

Se poate folosi transformator, în care caz există separare galvanică între primar și secundare, sau un autotransformator, în care caz generatorul alimentează cele 2 înfășurări în serie. În ambele cazuri este valabilă relația:

$$\mathcal{R} = \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{N_1}{N_2} \quad (2.153)$$

Eroarea de aproximare a raportului de tensiuni (în gol) cu raportul numerelor de spire variază de la $\varepsilon_{\mathcal{R}} = 10^{-4}$ la transformatoarele de serie pînă la 10^{-7} la cele mai precise (și mai scumpe); ea practic nu variază în timp sau cu temperatura, dar variază puternic cu frecvența (se lucrează la frecvență fixă). Pentru reducerea erorii se urmărește ca inductanța

proprie L_p a înfășurărilor să fie cât mai mare, inductanța de scăpări L_s să fie cât mai mică, și rezistența înfășurărilor să fie proporțională cu numărul de spire.

Aspectele constructive care duc la îndeplinirea acestor condiții sînt:

- miezul trebuie să aibă permeabilitatea relativă μ_r cât mai mare. În momentul de față se folosesc mai ales miezurile toroidale de ferită (torul are scăpările magnetice cele mai mici). S-au folosit și alte materiale cu μ_r chiar mai mare decît al feritei (permalloy, mumetal) dar acestea sînt fragile din punct de vedere mecanic și greu de prelucrat, în timp ce ferita se obține prin sinterizare (presarea la cald a unei pulberi) în orice formă se dorește;
- bobinarea spirelor se face bifilar (sau multifilar, dacă sînt mai multe secundare) și întreșut, astfel ca toate spirele să ocupe aproape același loc geometric și deci elementele parazite să influențeze la fel toate înfășurările; această metodă are totuși dezavantajul că rezistența de izolație scade;
- fiecare înfășurare trebuie să ocupe un monostrat complet, pentru că un al doilea strat ar fi mai îndepărtat de miez decît primul, și inductanța de scăpări ar fi mai mare;
- înfășurările se realizează cu același diametru de fir, spre deosebire de transformatoarele de putere. Prin aceasta, rezistența înfășurării, proporțională cu numărul de spire, are aceeași constantă de proporționalitate pentru toate înfășurările, ceea ce duce la simplificarea ei cînd se face raportul;
- pentru a ocupa cât mai puțin spațiu (și deci a putea fi cât mai aproape de miez) înfășurările se pot face cu fir de secțiune dreptunghiulară, mai ales cînd au puține spire;
- capetele înfășurărilor trebuie să fie unul lîngă altul, pentru că inductanța de scăpări crește cu reluctanța în aer, care depinde de distanță.

Aceste condiții fac să fie dificil de construit un transformator cu R mare. Pentru un transformator cu 1:10, se bobinează 10 spire secundare alături de fiecare spirală primară, și un raport de 1:100 devine imposibil de realizat practic. De aceea, se folosesc mai multe transformatoare conectate în cascadă pentru obținerea de rapoarte mari.

Acoperirea unui domeniu mare de impedanțe se face cu două scheme de punte:

Punte cu transformator pentru măsurarea Z_x medii/mari

Acest tip de punte, cu schema din figura 2.50, permite conectarea dipolară și tripolară și se pretează la măsurările cu gardă / în situ.

Impedanțele parazite apar în paralel pe înfășurările $N_1 \dots N_4$ deci efectul lor este eliminat. Indicatorul de nul este cu $R_i \rightarrow 0$ ceea ce se realizează practic foarte ușor cu un amplificator electronic cu reacție paralel la intrare.

La echilibru, $I_{IN} = 0$. Aceasta se obține cînd solenațiile date de curenții I_e , I_x în secundarul lui TR2 se anulează, adică:

$$N_3 I_e = N_4 I_x \quad (2.154)$$

Înfășurările N_1, N_2 sînt surse de tensiune deci curenții I_e, I_x se înlocuiesc:

$$N_3 \frac{N_1 E}{Z_e} = N_4 \frac{N_2 E}{Z_x} \quad (2.155)$$

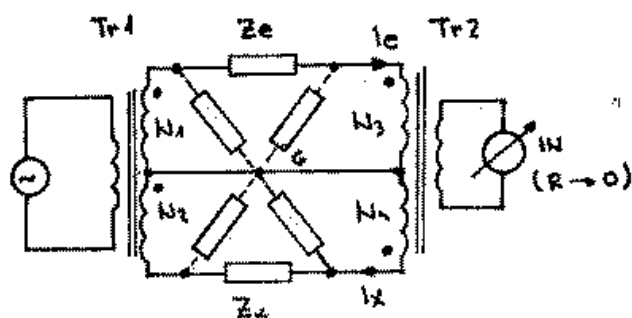


Figura 2.50: Punte cu transformator pentru Z_x medii/mari

și se obține condiția de echilibru pentru conectarea serie a echilibrului:

$$Z_x = \frac{N_2 N_4}{N_1 N_3} Z_g \quad (2.156)$$

respectiv pentru conectarea paralel:

$$Y_x = \frac{N_1 N_3}{N_2 N_4} Y_g \quad (2.157)$$

Dacă N_2, N_4 se iau reglabile decadic 1:10, 1:1, 10:1, atunci se pot măsura rezistențe de la zeci de ohmi pînă la MΩ.

Modelul Z_x (serie/paralel) rezultă după conectarea Z_e . Dacă DIR are rapoarte fixe, atunci Z_x trebuie să aibă două elemente reglabile, în timp ce dacă se folosește un DIR reglabil decadic, atunci Z_x poate avea un singur element reglabil sau poate fi chiar fix (pentru două DIR).

Punte cu transformator pentru măsurarea Z_x mici

Schema punții este dată în figura 2.51. Această punte permite conectarea cuadripolară, pentru măsurarea rezistențelor mici sau telemăsură.

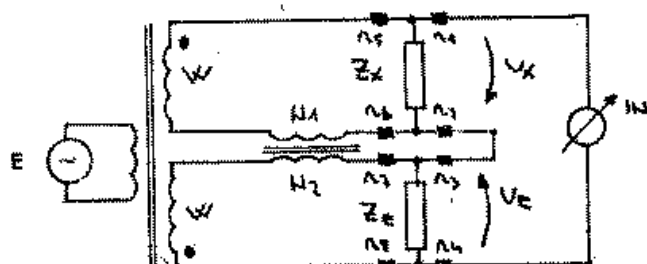


Figura 2.51: Punte cu transformator pentru Z_x mici

La această schemă, TR2 este un transformator de curent, adică este proiectat să lucreze în scurt-circuit, cu inductanțe de scăpări mici. Indicatorul de nul este de data aceasta cu

$Z_i \rightarrow \infty$; în felul acesta prin rezistențele de contact $r_1 \dots r_4$ nu circulă curent și ele nu intervin în relația de echilibru. TR2 "forțează" curentul prin cele două ochiuri: pentru a lucra la solenație nulă în miez, relația între curenți este:

$$N_1 I_x = N_2 I_e \quad (2.158)$$

aceasta se obține când inductanțele înfășurărilor lui TR2 sînt foarte mari față de Z_e, Z_x ($\omega L_{1,2}$ sînt de ordinul sutelor de $K\Omega$) și astfel curentul prin Z_e, Z_x nu depinde de acestea. De asemenea se observă că rezistențele de contact $r_5 \dots r_8$ fiind foarte mici nu contează (căderile de tensiune pe ele nu sînt "văzute" de IN).

Din condiția $U_{IN} = 0$:

$$I_x Z_x = I_e Z_e \quad (2.159)$$

și din ultimele două ecuații se obține:

$$Z_x = \frac{N_1}{N_2} \mathcal{Z} \quad (2.160)$$

sau

$$Y_x = \frac{N_2}{N_1} \mathcal{Y} \quad (2.161)$$

Echilibrarea punților cu transformator se poate face în următoarele moduri:

A. Echilibrarea directă

Această metodă se bazează pe relația:

$$Z_x = \mathcal{R} \mathcal{Z} \quad (\text{idem } Y_e) \quad (2.162)$$

În continuare, vom presupune că transformatorul TR2 are raportul 1:1 și vom desena doar TR1 și cele 5 variante de realizare a Z_e, Z_x . Pentru a permite comutarea decadică a ordinului de mărime, înfășurării N2 din TR1 i se prevăd 3 prize, după cum se vede în figura 2.52. În acest fel se obține $\mathcal{R} = 10^{\pm m} = 1:10, 1, 10:1$.

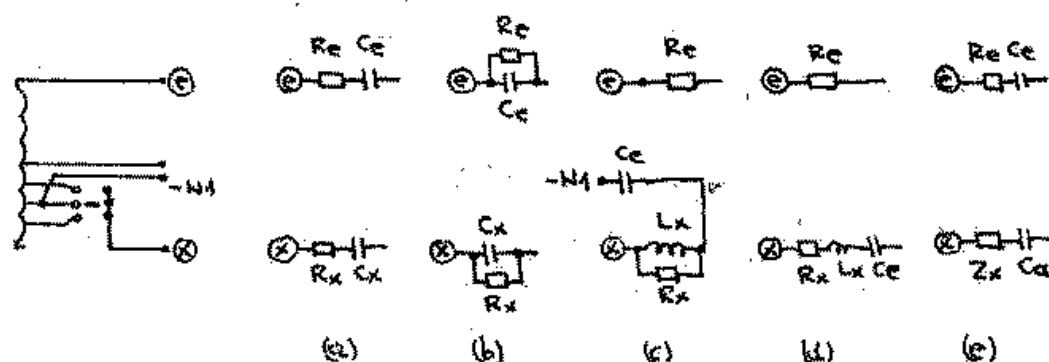


Figura 2.52: Variante ale echilibrării directe

Studiem pe rînd variantele de Z_e, Z_x notate a,b,c,d,e pe figură:

- a) echilibrorul este conectat serie, rezultă modelul echivalent serie pentru Z_x ; C_e ;

$$R_x = 10^{\pm m} \frac{\boxed{\Omega}}{R_e} \quad C_x = 10^{\mp m} \frac{\boxed{F}}{C_e} \quad (2.163)$$

deoarece $R_e \in [0, R_M]$, $C_e \in [0, C_M]$, atunci:

$$D \in [0, D_M] \quad \varphi_x \in [-\pi/2, -\varphi_m] \quad (2.164)$$

adică sistem în cazul capacităților aproape pure. Echilibrarea și gradarea nu depind de frecvență (dacă Z_x are structura fizică conform modelului serie).

- b) echilibrorul este conectat paralel, rezultă modelul echivalent paralel pentru Z_x ;

$$R_x = 10^{\pm m} \frac{\boxed{\Omega}}{R_e} \quad C_x = 10^{\mp m} \frac{\boxed{F}}{C_e} \quad (2.165)$$

și similar:

$$Q \in [0, Q_M] \quad \varphi_x \in [-\varphi_m, 0] \quad (2.166)$$

Echilibrarea și gradarea nu depind de frecvență (vezi mai sus).

- c) Cele două componente R_e și C_e se conectează în brațe diferite, folosind în plus priza notată $-N1$ pentru C_e , și impedanța necunoscută rezultă conform modelului paralel. Curentul capacitiv adus de C_e se reglează pînă la compensarea curentului inductiv adus de L_x (pseudorezonanță), în înfășurarea N_4 rămîne componenta rezistivă (în fază) a curentului prin R_x , echilibrată de curentul rezistiv prin R_e .

$$R_x = 10^{\pm m} \frac{\boxed{\Omega}}{R_e} \quad L_x = 10^{\mp m} \frac{\boxed{H}}{\omega^2 C_e} \quad (2.167)$$

$$Q \in [0, Q_M] \quad \varphi_x \in [0, \varphi_M] \quad (2.168)$$

Echilibrarea și gradarea depind de frecvență.

- d) Cele două componente R_e și C_e se conectează tot în brațe diferite, și impedanța necunoscută rezultă conform modelului serie. În plus, în această variantă nu mai este posibilă decît folosirea raportului 1:1 (rezonanță serie).

$$R_x = 10^{\pm m} \frac{\boxed{\Omega}}{R_e} \quad L_x = \frac{\boxed{H}}{\omega^2 C_e} \quad (2.169)$$

$$Q \in [Q_m, \infty] \quad \varphi_x \rightarrow +\pi/2 \quad (2.170)$$

Echilibrarea și gradarea depind de frecvență.

- e) Această ultimă variantă se folosește când nu cunoaștem natura Z_x , care se înscriează cu un condensator auxiliar C_a de valoare mică, care poate fi imprecis și comutabil doar ca ordin de mărime; în momentul în care se face echilibrarea, pentru $C_a = C_{e0}$, înseamnă că impedanța echivalentă din ramura de jos este de natură capacitivă; natura Z_x se determină în felul următor:

$$\begin{cases} C_{e0} < C_a \Rightarrow C_x \\ C_{e0} > C_a \Rightarrow L_x \end{cases} \quad (2.171)$$

Se încearcă mai multe valori C_a pentru convingere (s-ar putea trece dincolo de frecvența de rezonanță în cazul impedanțelor inductive).

B. Echilibrarea prin substituție

Această metodă impune $R = 1 : 1$ și $Z_x = Z_e$. Se folosește de obicei la frecvențe mari, unde oricum impedanțele măsurate nu pot fi nici foarte mici, nici foarte mari din cauza elementelor parazite. Impedanța notată Z_e este corectorul de zero. Schema punții este dată în figura 2.53:

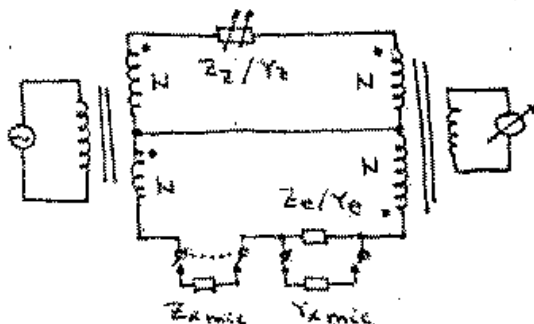


Figura 2.53: Echilibrarea prin substituție.

Echilibrarea se face în două etape:

1. echilibrul se aduce pe poziția gradată 0; se face scurt-circuit la bornele Z_x și se lasă în gol bornele Y_x ; se reglează Z_e urmărind obținerea $U_{IN} = 0$. Astfel se realizează compensarea elementelor parazite, printr-un dezechilibru de sens opus al Z_x .
2. se introduce Z_x sau Y_x la bornele corespunzătoare de pe schemă, și se încearcă echilibrarea Z_e ; în momentul echilibrului se satisface relația $Z_x = -\Delta Z_e$, sau $Y_x = -\Delta Y_e$. În funcție de conectarea serie/paralel, schemele echivalente ale brațului de sus și de jos sînt date în figura 2.54 (a), respectiv (b).

Relațiile de legătură se deduc în fiecare caz; de exemplu, pentru impedanțe capacitive, rezultă, respectiv:

$$\begin{aligned} (a) \quad & \begin{cases} R_x = -\Delta R_e \\ \frac{1}{C_x} = \frac{1}{C_{e0}} - \frac{1}{C_e} \end{cases} \quad (b) \quad \begin{cases} \frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_{e0}} - \frac{1}{R_e} \\ C_x = C_{e0} - C_e = \Delta C_e \end{cases} \quad (2.172) \end{aligned}$$

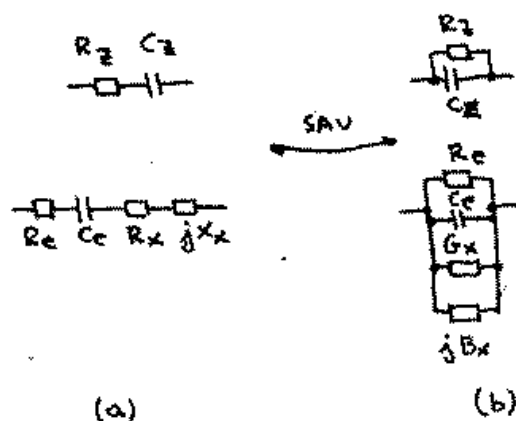


Figura 2.54: Variantele serie/paralel

C. Echilibrarea folosind DIR reglabil digital

Un DIR reglabil digital permite obținerea la ieșire a unei tensiuni:

$$U_O = U_I \cdot \overline{0.n_1 n_2 n_3 \dots n_m} \quad (2.173)$$

reglabilă prin comutarea a m comutatoare decadice, m putînd ajunge la 7 (în funcție de precizia cu care este construit transformatorul) ceea ce corespunde cu reglarea digitală a "numărului de spire" echivalent $N'_1 = \overline{0.n_1 n_2 n_3 \dots n_m} \cdot N_1$.

Există două variante de scheme, una multiplicativă și una aditivă.

Schema multiplicativă este reprezentată în figura 2.55:

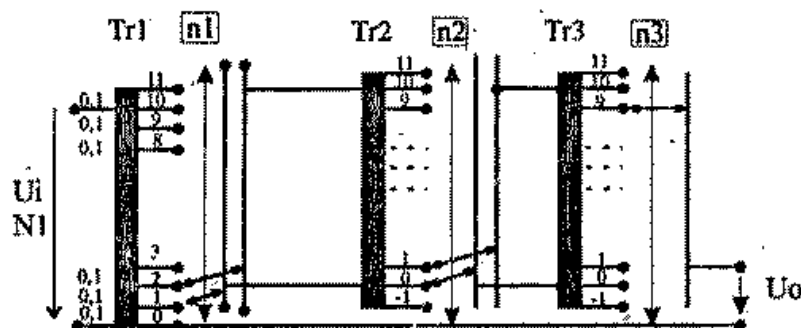


Figura 2.55: DIR decadic multiplicativ, varianta 1

Pe schemă s-a reprezentat pentru simplitate doar jumătatea de sus a DIR (corespunzătoare lui N_1 în figurile precedente). Primul transformator are 12 prize (uneori mai multe), numerotate de la 0 la 11, fiecare cu $0.1N_1$ spire, generatorul fiind conectat pe priza 10. De pe el se culege tensiune pentru al doilea transformator folosind o pereche de perii care "calcă" pe câte două prize vecine astfel încît tensiunea între ploturi va fi mereu $0.1U_1$.

Tensiunea între peria de jos și masă va fi $\overline{0.n_1} \cdot U_1$, iar tensiunea între peria de sus și masă va fi $\overline{0.(n_1 + 1)} \cdot U_1$.

Prin urmare al doilea transformator primește $0.1U_1$ în primar și între cele 2 perii din secundarul lui și masă vom avea, respectiv, $\overline{0.n_1 n_2} \cdot U_1$, $\overline{0.n_1(n_2 + 1)} \cdot U_1$, și similar la ieși ultimului transformator vom găsi tensiunea $\overline{0.n_1 n_2 n_3} \cdot U_1$. Schema se poate extinde cu mai multe transformatoare în funcție de rezoluția dorită.

Transformatoarele 2, 3, etc au de obicei o priză în plus, notată -1 (deci o secțiune în plus, în antifază). Rostul acestei prize, precum și a prizelor 10, 11 (uneori și mai mult) de la toate transformatoarele este de a nu fi nevoiți să rotim și comutatoarele ordinelor de mărime precedente / următoare doar pentru o mică depășire de 0.1, 0.2,

O variantă a acestei scheme, prezentată în figura 2.56 permite înlocuirea transformatoarelor cu prize Tr2, Tr3, etc cu simple transformatoare de raport 10:1 (fix). Aceasta duce la o oarecare ieftinire a construcției, dar nu una majoră pentru că cel mai precis transformator trebuie oricum să fie Tr1, pentru că precizia lui determină numărul de cifre folosibil. Deja Tr2 poate avea eroarea de 10 ori mai mare, etc.

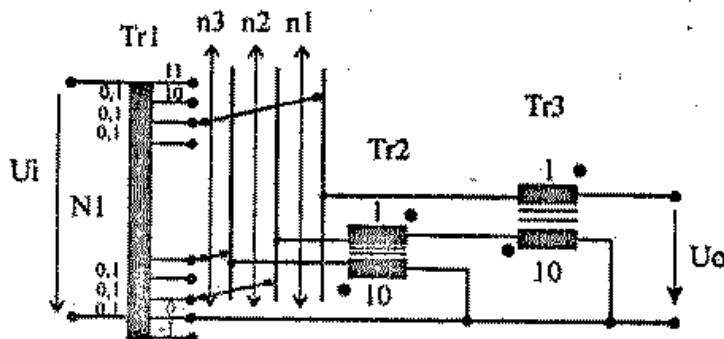


Figura 2.56: DIR decadic multiplicativ, varianta 2

Toate secțiunile lui Tr1 au 0,1N1 spire, și prizele sînt duse în paralel la ploturile mai multor comutatoare; tensiunea la ieșire se obține astfel:

- pe plotul comutatorului n_3 se găsește tensiunea $\overline{0, n_3 U_1}$ care în secundarul transformatorului Tr2 devine $\overline{0, 0 n_3 U_1}$;
- ea se însumează cu $\overline{0, n_2 U_1}$ de pe plotul comutatorului n_2 rezultînd tensiunea $\overline{0, n_2 n_3 U_1}$, care în secundarul Tr3 devine $\overline{0, 0 n_2 n_3 U_1}$;
- ea se însumează cu $\overline{0, n_1 U_1}$ de pe plotul comutatorului n_1 și se obține la ieșire $\overline{0, n_1 n_2 n_3 U_1}$.

Schema aditivă este reprezentată în două variante (figurile 2.57, 2.58):

La aceste scheme se folosește o rețea de impedanțe sumatoare de curenți. Rețeaua poate fi capacitivă și/sau rezistivă:

- rețea capacitivă

Varianta de schemă este redată în figura 2.57.

Rețeaua e formată din cele 3 condensatoare notate pe schemă C , $0.1C$, $0.01C$. Tensiunea pe fiecare condensator se ia de pe cîte un comutator diferit, putînd astfel fi reglată independent de tensiunea de pe celelalte condensatoare. Cei 3 curenți prin condensatoare se închid prin rezistența reglabilă R :

$$I_{sc} = \frac{1}{R} (\frac{1}{j\omega C} + j) = \overline{0, n_1 n_2 n_3} I_c (\frac{1}{j\omega C} + j) \quad (2.174)$$

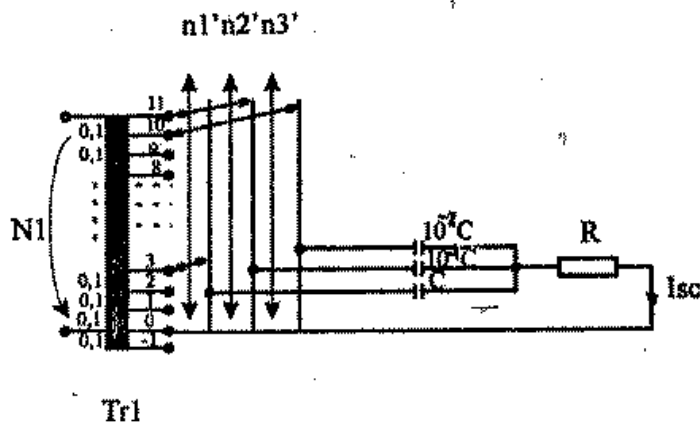


Figura 2.57: DIR decadic aditiv, varianta 1

unde I_e este treapta elementară de curent:

$$I_e = \frac{0.1 U_1}{\omega \cdot 0.01 C} \quad (2.175)$$

Această schemă permite reglarea capacității echivalente din n_1, n_2, n_3 și a factorului de pierderi sau de calitate din R . Este necesar să se lucreze în scurtcircuit, nu în gol, pentru că pe rezistența R nu ar cădea nici o tensiune în gol deci valoarea ei nu ar conta.

• rețea rezistivă

Această rețea permite obținerea unui curent în fază cu tensiunea, deci prin reglarea lui se echilibrează componenta rezistivă a Z_x . A doua variantă de punte folosește acest tip de rețea, precum și rețeaua capacitivă pentru componenta reactivă. Schema este dată în figura 2.58:

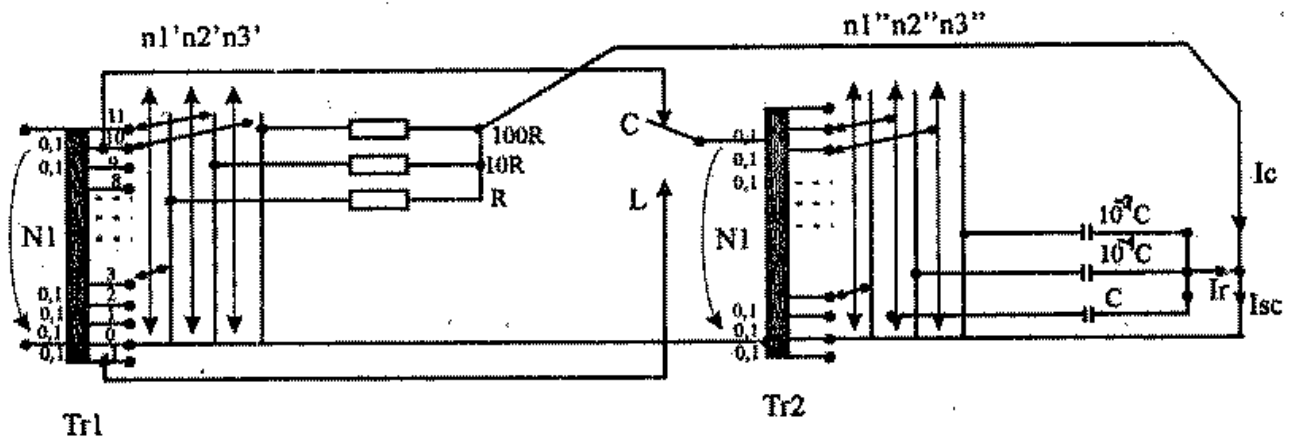


Figura 2.58: DIR decadic aditiv, varianta 2

Pentru echilibrarea componentei în cuadratură, se folosește un al doilea transformator cu rețea divizoare capacitivă, alimentat printr-un comutator care permite introducerea unui defazaj de 180 de grade (în cazul măsurării bobinelor). Astfel, curentul de

și similar pentru cazul paralel:

$$Y_x = \frac{N_1 N_3}{N_2 N_4} \omega C_e \left(\frac{\boxed{Q_x}}{\omega C_e R_x} + j \right) = \omega C_{xp} \left(\frac{1}{Q_x} + j \right) \quad (2.182)$$

• echilibrarea în reprezentarea carteziană, numai paralel, pentru C_x sau L_x , folosește schema din figura 2.60.

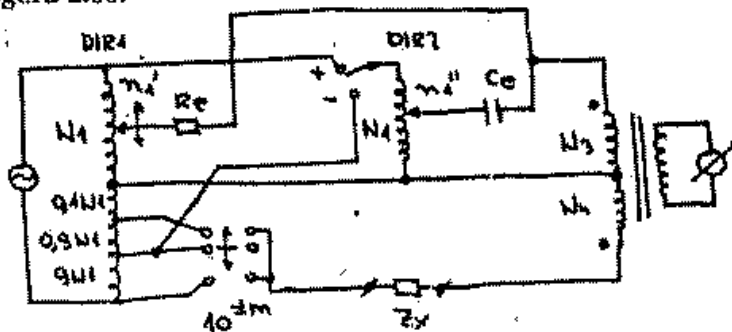


Figura 2.60: Echilibrarea în varianta carteziană

În acest caz se folosește schema de DIR reglabil digital din figura 2.58 cu $R = R \parallel 10R \parallel 100R$ și $C_e = C \parallel 0.1C \parallel 0.01C$, sau două DIR de tipurile din figurile 2.55, 2.56 pentru a obține n'_1 și n''_1 sub forma $\overline{0.n'_1 n'_2 n'_3} N_1 \pm j \overline{0.n''_1 n''_2 n''_3} N_1$.

Condiția de echilibru este:

$$N_3 I_e = N_4 I_x \Rightarrow N_3 (I_{Re} + I_{Ce}) = N_4 \frac{N_2 e}{Z_x} \quad (2.183)$$

$$I_{Re} + I_{Ce} = \frac{n'_1 e}{R_e} \pm \frac{n''_1 e}{\frac{1}{j\omega C_e}} \quad (2.184)$$

$$(2.185)$$

$$\Rightarrow Y_x = \frac{\boxed{10^{\pm m}}}{N_3} \left(\frac{\boxed{\Omega^{-1}}}{\eta'_1} G_e \pm j \frac{\boxed{F/H}}{\eta''_1} \omega C_e \right)$$

2.3.3 Punți active și automate

2.3.3.1 Punți active

Folosirea elementelor active în punți urmărește în principal 4 direcții: liniarizarea răspunsului, înlocuirea transformatoarelor, realizarea de reactanțe variabile pornind de la capacități fixe și reducerea erorilor transformatoarelor. Le vom studia pe rând.

A. Liniarizarea răspunsului punților

La punțile pasive, răspunsul e liniar doar în apropierea echilibrului, în limite foarte mici. Avantajele liniarizării răspunsului și mai departe de echilibru sînt:

- posibilitatea folosirii etaloanelor variabile cu rezoluție mai redusă, din moment ce cifrele cele mai puțin semnificative se citesc acum pe IN (care devine voltmetru electronic);
- echilibrarea automată se poate face în pași mai puțini.

Un exemplu de schemă de punte de c.c. liniarizată este dat în figura 2.61.

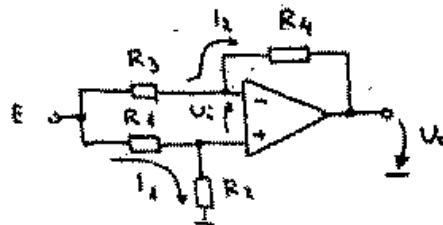


Figura 2.61: Punte de c.c. liniarizată

Se fac presupunerile $\alpha \rightarrow \infty$, $Z_{IN} \rightarrow 0$, $I_b \rightarrow 0$, și datorită reacției negative se poate scrie $u_+ \rightarrow 0$ sau $U_+ = U_-$. În aceste condiții, se aplică teorema superpoziției, adică se aplică pe rînd tensiunea E în A, legînd B la masă, și în B, legînd A la masă. Tensiunea la ieșire este suma tensiunilor la ieșire în cele 2 cazuri:

$$\begin{aligned} \frac{U_0}{E} &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_4 + R_3}{R_3} - \frac{R_4}{R_3} \\ &= \frac{R_2 R_4 + R_2 R_3 - R_4 R_1 - R_4 R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} \\ &= \frac{R_2 R_3 - R_3 R_4}{R_3 (R_1 + R_2)} \Big|_{R_{40} = \frac{R_2}{R_1} R_3} = 0 \end{aligned} \quad (2.186)$$

Pentru $R_4 = R_{40} + \Delta R_4$:

$$\frac{U_0}{E} = -\frac{R_1}{R_3 (R_1 + R_2)} \Delta R_4 = k \Delta R_4 \quad (2.187)$$

deci scara pe care se citește U_0 se poate grada direct în Ω (iar dacă voltmetrul este numeric, se citește efectiv valoarea în ohmi) reprezentând ultimele cifre ale rezistenței, în timp ce pentru primele cifre se poate alege R_3 reglabil decadic;

Altă variantă de gradare: folosind $R_1/R_3 = R_2/R_{40}$ obținem;

$$\frac{U_0}{E} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{\Delta R_4}{R_{40}} \quad (2.188)$$

și în acest caz scara U_0 se poate grada în procente, măsurînd dezechilibrul $\sigma = \Delta R_4/R_{40}$, util de exemplu la punțile tensometrice.

B. Înlocuirea transformatoarelor

Deși transformatoarele permit atingerea unor precizii foarte mari, dacă se construiesc după regulile specificate în paragraful despre punțile cu transformator, sînt situații cînd se dorește înlocuirea lor:

- la valori extreme de impedanțe (foarte mici sau foarte mari);
- în aplicații de bandă largă (am văzut că punțile cu transformator sînt proiectate pentru a merge la frecvență fixă, eroarea fiind puternic dependentă de frecvență);
- la frecvențe foarte joase, inclusiv în c.c., unde transformatoarele nu funcționează de loc.

Prezentăm două tipuri de punți active obținute prin înlocuirea transformatoarelor:

- Puntea Logan

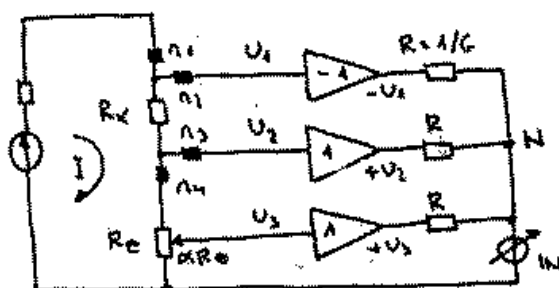


Figura 2.62: Puntea Logan

Este o punte de c.c. cu schema dată în figura 2.62, permițînd conectarea cuadripolară. Se folosesc 3 repetoare, cel de sus fiind urmat și de un inversor (nu se folosește direct inversor, ci inversor precedat de repetor, pentru a avea impedanță foarte mare de intrare). Datorită impedanței de intrare foarte mari, curentul de intrare este neglijabil, deci nu apare nici o cădere de tensiune pe rezistențele r_2, r_3 , ele ne-influențînd funcționarea circuitului.

Tensiunea în nodul N se scrie folosind teorema potențialelor la noduri:

$$U_N = \frac{-GU_1 + GU_2 + GU_3}{G + G + G} = \frac{1}{3}[U_3 - (U_1 - U_2)]$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{\Omega}{\rho} R_c - R_x \right) \stackrel{echil}{=} 0 \quad (2.189)$$

adică echilibrarea se face prin reglarea potențiometrului R_x . Gradarea se face deci după legea:

$$R_x = \alpha R_c \quad (2.190)$$

Un avantaj al folosirii R_x este că, deși R_c variază cu temperatura, raportul de divizare α nu este afectat de temperatură, depinzând doar de poziția cursorului.

Dacă puntea se folosește în c.a., ea permite doar măsurarea modulului impedanțelor.

• Puntea pentru admitanțe

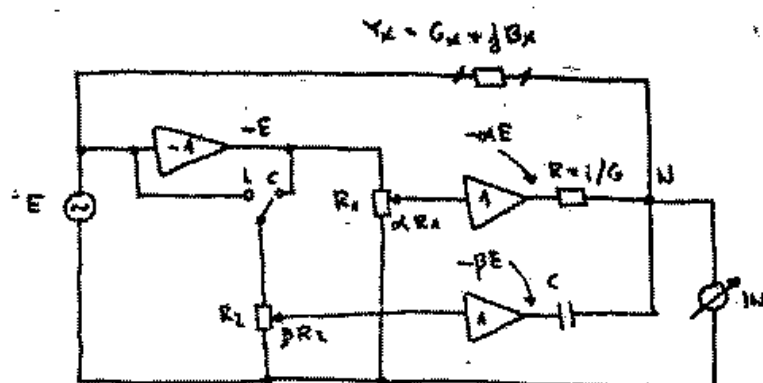


Figura 2.63: Puntea activă pentru admitanțe

Schema punții este dată în figura 2.63. Scriind teorema potențialelor la noduri în nodul N se obține:

$$U_N = \frac{Y_x E - G\alpha E \pm j\omega C\beta E}{Y_x + G + j\omega C} \stackrel{echil}{=} 0 \quad (2.191)$$

de unde

$$Y_x = \alpha G \pm j\omega\beta C \quad (2.192)$$

Prin urmare, punând comutatorul pe poziția C obținem:

$$G_x = \frac{\Omega}{\rho} G \quad (2.193)$$

$$C_x = \frac{F}{\rho} C \quad (2.194)$$

iar cu comutatorul pe poziția L se obține:

$$L_x = \frac{\boxed{H}}{\omega^2 \beta C} \quad (2.195)$$

ceea ce înseamnă că la măsurarea inductanțelor puntea are echilibrarea și gradarea dependente de frecvență.

C. Realizarea de reactanțe active variabile

Este posibilă simularea unei capacități sau inductanțe variabile, pornind de la o capacitate fixă de precizie:

- simularea $C_v < C_{fix}$

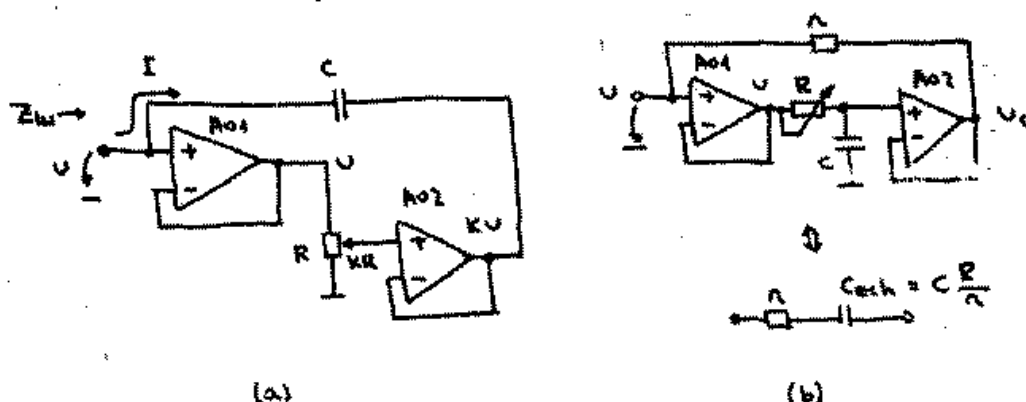


Figura 2.64. Simularea unei capacități variabile

Schema este prezentată în figura 2.64 (a). Curentul I care trece prin C este:

$$I = \frac{U - kU}{1/j\omega C} \quad (2.196)$$

deci impedanța de intrare a schemei are valoarea:

$$Z_I = \frac{U}{I} = \frac{1}{j\omega C(1-k)} \quad (2.197)$$

simulind o capacitate variabilă:

$$C_{ech} = \left(1 - \frac{\boxed{F}}{k}\right) C \leq C \quad (2.198)$$

- simularea $C_v \geq C_{fix}$

Schema este redată în figura 2.64 (b). Curentul de intrare are valoarea

$$I = \frac{U - U_c}{r} = \frac{U}{r} \left(1 - \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C}\right) = \frac{U}{r} \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} \quad (2.199)$$

deci impedanța de intrare este:

$$Z_I = \frac{U}{I} = r \frac{1 + j\omega CR}{j\omega CR} = r + \frac{1}{j\omega C \frac{R}{r}} \quad (2.200)$$

așadar se observă că schema se comportă ca o capacitate $C_{ech} > C$:

$$C_{ech} = \frac{\boxed{F}}{r} C \quad (2.201)$$

și se dorește ca r să fie cât mai mic (R/r cât mai mare), pentru ca Q să fie cât mai mare.

- simularea unei inductanțe variabile

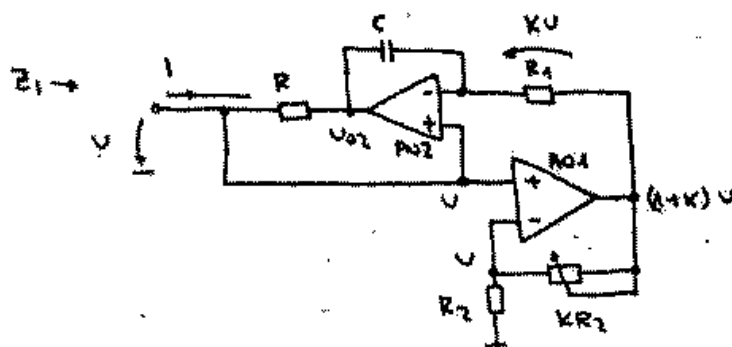


Figura 2.65: Inductanță variabilă

Pe schema din figura 2.65 se scriu relațiile:

$$I = \frac{U - U_{o2}}{R} = \frac{U - (U - j\omega C)}{R} = \frac{kU}{j\omega CRR_1} \quad (2.202)$$

unde am ținut seama că avem aceeași tensiune U pentru că reacția negativă face ca cele două borne ale AO să fie echipotențiale; astfel pe R_1 tensiunea este $(1+k)U - U = kU$.

Impedanța de intrare rezultă:

$$Z_I = \frac{U}{I} = j\omega C \frac{\boxed{H}}{RR_1} \quad (2.203)$$

D. Reducerea erorilor transformatoarelor

Un transformator cu miez magnetic are schema echivalentă din figura 2.66, unde:

- L_p este inductanța primarului având în paralel rezistența de pierderi în miez R_m ;

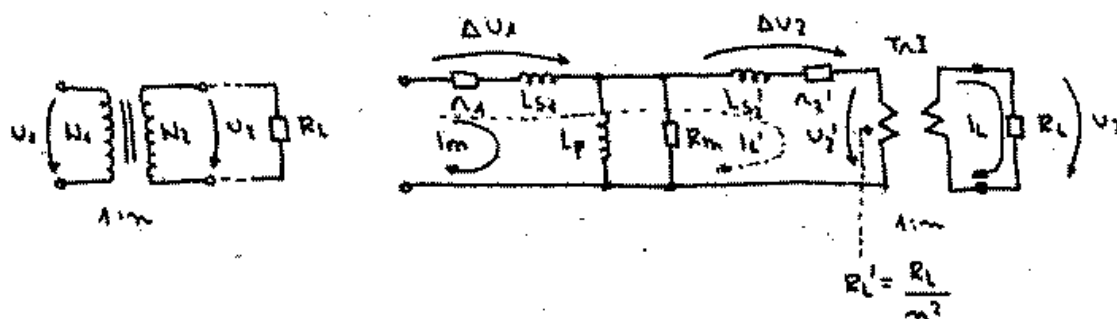


Figura 2.66: Schema echivalentă a unui transformator

- n este raportul de transformare N_2/N_1 ;
- r_1 și $r_2' = r_2/n^2$ sînt rezistențele ohmice ale înfășurărilor primară și secundară;
- L_{s1} și $L_{s2}' = L_{s2}/n^2$ sînt inductanțele de scăpări ale primarului și secundarului (deci elementele notate (')) sînt raportate la primar);
- sarcina R_L se vede în primarul transformatorului ideal Tr.I. cu valoarea $R_L' = R_L/n^2$;
- curentul primar este format din două componente: I_m = curentul de magnetizare și $I_L' =$ curentul de sarcină raportat la primar;

Se observă că tensiunea în sarcină $U_2 = nU_2'$, care este mai mică decît U_1 cu căderile de tensiune $\Delta U_1, \Delta U_2$ date de curenți pe impedanțele de scăpări:

$$\frac{U_2}{U_1} < N_2/N_1 \quad (2.204)$$

așadar apare o eroare de raport cu două componente, una dată de curentul de magnetizare (eroarea de mers în gol) și cealaltă dată de curentul de sarcină (eroarea de mers în sarcină). Această a doua componentă se elimină ușor separînd sarcina de transformator printr-un repetor (buffer de impedanțe). Din păcate, această soluție pierde simetria înfășurării de ieșire, aceasta avînd legătură la punctul comun definit de sursa de alimentare a repetorului (mediana acesteia).

Rămîne eroarea de mers în gol, dată de divizarea tensiunii între impedanța parazită $(r_1 + j\omega L_{s1})$ și impedanța primarului $(r_m \parallel j\omega L_p)$.

Reducerea acestei erori reziduale, în afara măsurilor constructive amintite anterior, se poate face cu scheme active cu reacție negativă. Prezentăm în continuare două variante: cu intrare nesimetrică și cu intrare simetrică.

1. *Varianța cu intrare nesimetrică* este prezentată în figura 2.67:

Transformatorul se realizează bobinînd înfășurările principale pe două miezuri ($m1, m2$) simultan și pe unul din miezuri se adaugă o înfășurare auxiliară cu același număr de spire N_1 ca primarul.

Putem deduce schema echivalentă a transformatorului ținînd seama că o înfășurare pe două miezuri este echivalentă cu două înfășurări în serie, cu același număr de spire, fiecare pe cîte un miez (figura 2.68):

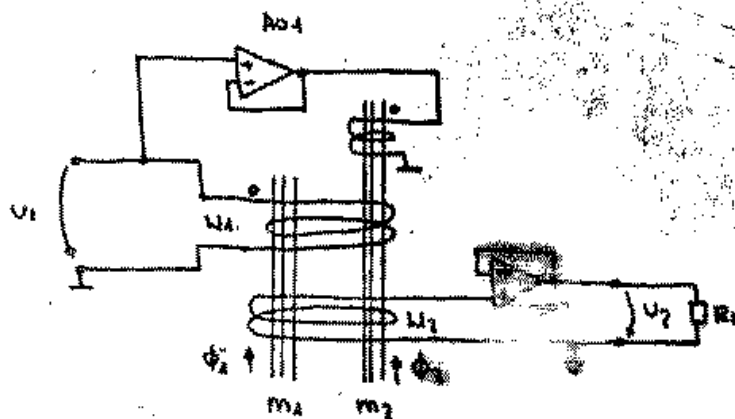


Figura 2.67: Variante I: Schema asimetrică

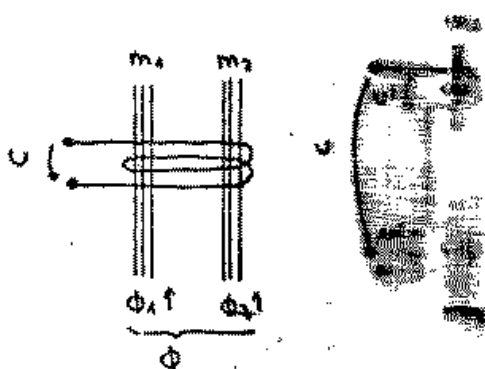


Figura 2.68: Echivalența în pe 2 miezuri

Notăm Φ_1, Φ_2 fluxurile magnetice în cele 2 miezuri cuprinse de înfășurarea având N spire. Tensiunea indusă în înfășurare are valoarea:

$$u = N \frac{d\Phi}{dt} = N \frac{d\Phi_1}{dt} + N \frac{d\Phi_2}{dt} = u' + u'' \quad (2.205)$$

Ca urmare, prezentăm în figura 2.69 schema echivalentă completă în care transformatorul cu miezul m_2 este reprezentat cu schema echivalentă din figura 2.66 (b), iar transformatorul cu miezul m_1 este reprezentat inseriat cu înfășurările de pe miezul m_2 (conform celor stabilite la ecuația 2.205). S-a ținut seama că miezul m_2 are două primare deci două impedanțe parazite primare ($r_1 + j\omega L_{s1}$ de la înfășurarea principală și $r'_1 + j\omega L'_{s1}$ de la înfășurarea de reacție).

Repetorul (cu amplificarea $A_r \rightarrow 1$) repetă la bornele înfășurării secundare tensiunea de intrare cu valoarea $A_r U_1$ și furnizează curentul de magnetizare I_m care menține punctul C la o tensiune apropiată de U_1 , cu eroarea de măsură în gol corespunzătoare. Tensiunea de eroare U_e se aplică înfășurării primare a transformatorului cu miezul m_1 inseriată cu impedanța parazită a primarului de pe miezul m_2 . Impedanța pe acest circuit, din cauza inductanței primare m_1 este cu ordine de mărime mai mare decât valoarea impedanței de scăpări, astfel încât curentul de intrare I_{IN} este în primă aproximație neglijabil față de curentul de magnetizare furnizat de înfășurarea auxiliară și nu influențează esențial potențialul punctului C.

Ca urmare, primarul m_1 are la borne tensiunea $U'_1 \leq U_e$ pe care o transmite în secundar

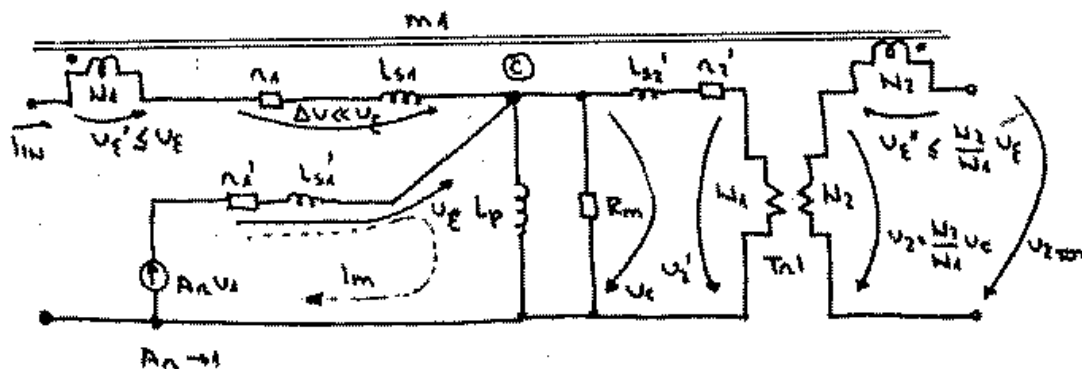


Figura 2.69: Schema echivalentă completă în varianta 1

aproape integral, conform raportului său de transformare, rezultând $U_e'' \leq N_2/N_1 U_e$.

Tensiunea totală de ieșire este suma tensiunii transformatorului m2, micșorată de eroarea de mers în gol m2, și a tensiunii aduse de transformatorul m1, care este practic eroarea de mers în gol m2, micșorată cu eroarea de mers în gol m1. Rezultă o tensiune de ieșire a cărei eroare relativă este produsul erorilor relative de mers în gol a transformatoarelor m1 și m2. De exemplu, dacă fiecare transformator are eroarea 10^{-3} , eroarea totală ar fi 10^{-6} .

Înfășurarea N1 primară este legată la punctul comun de alimentare amplificator-repetor; deși sursele pentru AO1, AO2 pot fi fără legătură galvanică (flotante), totuși înfășurarea N1 pierde simetria întrucât între cele 2 puncte comune de pe figură există capacități parazite importante.

2. Varianta cu intrare simetrică este prezentată în figura 2.70:

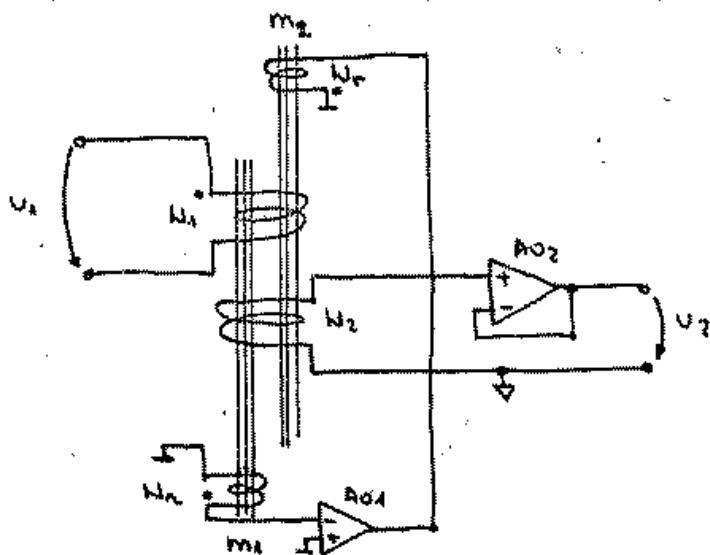


Figura 2.70: Varianta 2: intrare simetrică

Această schemă îndepărtează dezavantajul precedent separînd galvanic circuitul de intrare de cel de reacție. Tensiunea pentru circuitul de reacție este culeasă de pe o înfășurare cu N_r spire amplificată de amplificatorul de reacție AO1 și aplicată unei înfășurări cu N_r spire pe miezul m2. Alimentarea AO1 poate să fie comună cu AO2, sau flotantă.

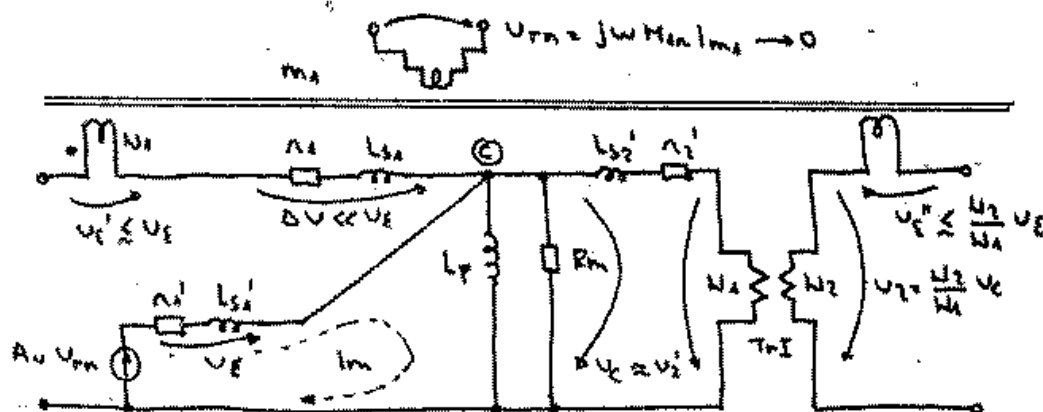


Figura 2.71: Schema echivalentă completă în varianta 2

Schema echivalentă (figura 2.71) este aproape ca în cazul precedent, tensiunea de eroare pentru bucla de reacție fiind dată acum de către înfășurarea de reacție U_{rn} de pe m1; acum $A_n \gg 1$. Orice buclă de reacție negativă acționează astfel încît să micșoreze tensiunea de eroare de la intrare; U_{rn} este proporțională cu curentul de magnetizare în miezul m1, care este proporțional cu tensiunea $U_1 - U_C$ deci bucla de reacție face ca $U_C \rightarrow U_1$, reducînd astfel eroarea de mers în gol.

Eroarea reziduală rămasă în urma acțiunii buclei de reacție este însumată la ieșire cu tensiunea transformatorului m2 reducînd în felul acesta eroarea totală la valoarea $\varepsilon_1 \varepsilon_2$.

Notă: Este mai greu însă de asigurat stabilitatea la auto-oscilații a buclei de RN care acum cuprinde două transformatoare.

2.3.3.2 Punți automate

Punțile automate permit măsurarea unei impedanțe necunoscute fără a fi necesară echilibrarea manuală de către operator, operația de echilibrare fiind făcută automat. La punțile de c.c. nu există decît un singur reglaj pentru a face acordul. La punțile de c.a. însă, sînt 2 reglaje, de aceea există punți complet automate care fac ambele reglaje, dar și punți semiautomate, la care operatorul face unul dintre reglaje și puntea face automat al doilea reglaj.

Schema bloc a unei punți automate de c.a. este redată în figura 2.72.

Principiul de funcționare este următorul: se pornește de la o punte de c.a. clasică, a cărei tensiune de dezechilibru U_d însă nu este citită pe un voltmetru, ci este adusă (după o amplificare) la intrarea unui circuit de formare a semnalului de eroare (CFSE). Tot aici este adusă și tensiunea de la generator, și raportul U_d/U_g este separat în cele două componente, care pot fi modulul și faza sau partea reală și cea imaginară, și care constituie cele două semnale de eroare. Acestea din urmă sînt datele de intrare pentru un algoritm de decizie

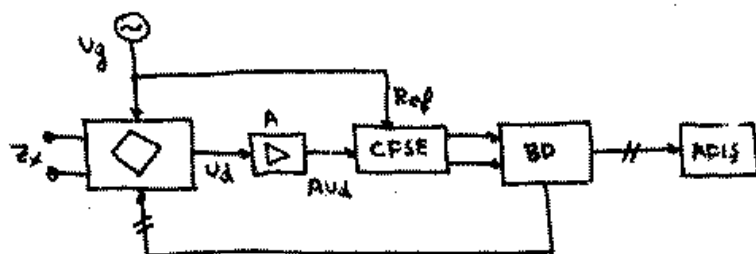


Figura 2.72: Schema bloc

care comandă elementele reglabile ale punții (prin intermediul blocului de decizie BD) în scopul reducerii tensiunii de dezechilibru.

Elementele reglabile ale punții sînt de tipul rezistențe și/sau condensatoare variabile digital, fie în cod BCD, fie în cod binar natural (BN). Există două soluții de obținere a R_v, C_v digitale, corespunzătoare schemelor derivație și serie:

- schema derivație, pentru obținerea G_v reglabil ($G = 1/R$ sau mai general orice mărime de tipul conductanță sau susceptanță):

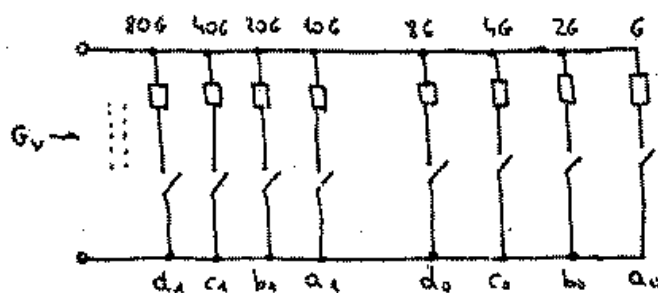


Figura 2.73: Schema derivație

Această schemă (figura 2.73) realizează punerea în paralel a unor elemente etalon și permite obținerea valorii dorite G_v după formula:

$$G_v = [\dots + \underbrace{(d_1 \cdot 2^3 + c_1 \cdot 2^2 + b_1 \cdot 2^1 + a_1 \cdot 2^0)}_{D_1} \cdot 10 + \underbrace{(d_0 \cdot 2^3 + c_0 \cdot 2^2 + b_0 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0)}_{D_0} \cdot 1] \cdot G \quad (2.206)$$

în care $(d, c, b, a)_i$ sînt contactele care se acționează pentru obținerea valorii dorite a digitului D_i (comutator închis=1). Se observă că rezoluția permisă de schemă este:

$$\Delta G_v = \tilde{G} \quad (2.207)$$

(această valoare minimă se obține cînd este închis doar contactul a_0 , toate celelalte fiind deschise).

- schema serie, pentru obținerea R_v reglabil este dată în figura 2.74. Această schemă duce la un R_v similar cu G_v din formula 2.206, în care se înlocuiește G cu R . Rezoluția

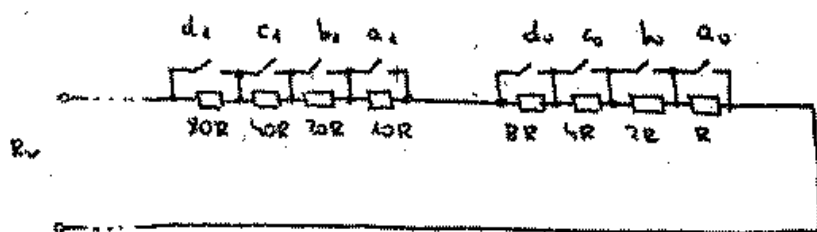


Figura 2.74: Schema serie

este $\Delta R_0 = R$ și această valoare minimă se obține atunci când sînt închise toate contactele cu excepția lui a_0 .

În cele două scheme de mai sus, contactele provin de la relee Reed. Ar exista și posibilitatea de a folosi comutatoare sau multiplexoare analogice (de exemplu, 4066) dar de obicei R_{ON} pentru aceste dispozitive este prea mare, improprie unei scheme de aparat de măsură, care trebuie să fie precis.

Notă: varianta aceasta de comandă a elementelor variabile se folosește uneori și la punțile cu reglare manuală pentru a reduce numărul etaloanelor (4 etaloane în loc de 10, și un comutator cu 3 galeți în loc de unul cu un singur galeț); uneori se folosesc chiar contacte Reed, acționate de magneti permanenți solidari cu butonul de reglaj, în scopul reducerii uzurii mecanice.

Schemele au fost ilustrate pentru codul BCD. Se pot concepe și scheme pentru codul binar natural, dar este necesar un microprocesor pentru a acționa contactele, întrucît nu mai există o corespondență directă cu valorile zecimale care vor trebui în final afișate, iar decodarea hardware (cu circuite combinaționale) e prea voluminoasă.

Strategii de decizie (algoritmi de echilibrare)

Blocul notat BD poate folosi unul dintre următorii algoritmi pentru a aduce puntea la echilibru prin modificarea elementelor reglabile:

- căutarea prin baleiaj: această metodă se poate folosi la punțile de c.c. și presupune varierea (baleierea) elementului reglabil de la valoarea minimă la cea maximă, înregistrînd obținerea U_d minimă. Evident, pentru punți de c.a. ea este total nepractică, întrucît sînt două reglaje și parcurgerea tuturor valorilor din planul complex ar fi inacceptabil de lungă (N^2 încercări, dacă sînt N poziții pe fiecare element).
- aproximare ponderată: se încearcă variații succesive ale elementelor variabile în pași ponderați binari; algoritmul este dificil de realizat, mai ales departe de echilibru, acolo unde variațiile tensiunii din diagonală sînt neliniar dependente de valorile elementelor reglabile (vezi diagrama cercurilor).
- cu urmărire succesivă/simultană pe două componente, în pași ponderați sau monoton; algoritmul e mai simplu dar mai lent, și e des utilizat la sortarea automată, unde piesele se află într-o gamă restînsă de valori.

- măsurarea inițială, cunoscând valoarea echilibrului și tensiunea în diagonală, urmată de calculul noii valori aproximative a echilibrului, comanda acestuia, recalcularea noii valori în funcție de tensiunea în diagonală, etc. (urmărind drumul din diagrama cercurilor).

2.4 Q-metrul: Măsurarea Z prin metode de rezonanță

2.4.1 Principiul și construcția Q-metrului

Q-metrul este un aparat care folosește rezonanța unui circuit RLC serie sau paralel format dintr-un generator și o capacitate variabilă (care fac parte din aparatul propriu-zis) și o bobină exterioră, care este elementul măsurat sau este o bobină auxiliară folosită pentru măsurarea altor componente. Pentru a ilustra principiul de funcționare, în figura 2.75 este reprezentat simplificat un circuit RLC serie.

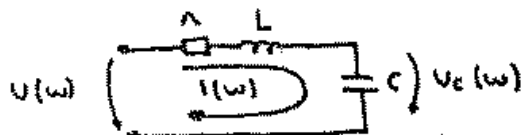


Figura 2.75: Circuit RLC serie

Tensiunea la bornele condensatorului este, la rezonanță:

$$u_c(\omega) = \frac{|U|}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \frac{U}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \bigg|_{\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} = \frac{1}{\omega_0 C r} U = \frac{\omega_0 L}{r} U = Q U \quad (2.208)$$

deci tensiunea citită pe voltmetru, măsurată în unități $U = 1$ este chiar valoarea Q . (măsurat ca factor de supratensiune). Dacă există mai multe scări, se prevede un reglaj exterior al nivelului generatorului, numit *calibrare*, care se acționează înainte de măsurătoare și se aduce acul în dreptul unui reper de calibrare, în care se îndeplinește condiția $U = 1$ (o unitate pe scara aparatului).

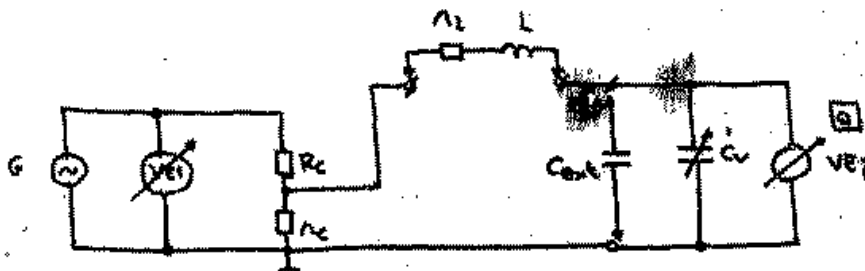


Figura 2.76: Schema Q-metrului

Schema Q-metrului este dată în figura 2.76. Elementele variabile sînt U , ω_0 , C_0 . Factorul de calitate al condensatorului variabil este de ordinul $Q_{C_0} \approx 10^4$, iar al bobinelor auxiliare care se livrează odată cu Q-metrul $Q_L \approx 10^2 \div 10^3$.

Tensiunea generatorului se aplică circuitului rezonant prin intermediul unui divizor rezistiv (eventual inductiv, capacitiv) cu raport de divizare $n : 1$, cu $n = R_c/r_c$ foarte mare (sute) și stabil; n reprezintă chiar valoarea reperului de calibrare în scara aparatului. Astfel se simulează o sursă de tensiune cu rezistență internă aproape de zero, pentru a nu introduce rezistențe de pierdere (deci erori) în circuitul măsurat. Valori practice pentru r_c sînt de ordinul $m\Omega$.

Evident divizorul $R_c - r_c$ face ca tensiunea aplicată circuitului rezonant să nu mai fie U ci U/n , și gradarea voltmetrului va fi făcută corespunzător.

Condensatorul variabil este realizat cu aer, $\text{tg} \delta \approx 10^{-4}$, cu o capacitate maximă de ordinul a 500pF pentru măsurători în JF și 50pF pentru măsurători în IF. Capacitatea trebuie să fie stabilă și inductanța parazită să fie $L_{C_0} < 10\text{nH}$, indiferent de unghiul de rotație. Pentru o citire precisă se folosește un vernier, rezoluția tipică fiind de 0.05pF. De multe ori se pune în paralel cu C_0 un alt condensator variabil de valoare mică.

De obicei se folosește un voltmetru electronic de c.a. de impedanță mare, cu detector de RF urmat de amplificator de c.c. (întrucît această schemă are banda de frecvență cea mai largă, și în consecință voltmetrul necesită și reglaj de zero), unic, comutabil pentru a putea măsura și tensiunea generatorului (la calibrare).

Gama frecvențelor de lucru este $10^4 \div (2 \div 3) \cdot 10^8$.

Măsurările care se pot face sînt *de bază* (asupra bobinelor: L , Q_L , r_L) prin metoda directă și indirectă, și *derivate* (asupra altor componente: C , R , L , M , Z pentru linii, etc) prin metode de substituție.

2.4.2 Măsurători

2.4.2.1 Reglaje prealabile și măsurători de bază

- Reglaje:

Făcînd scurt-circuit pe C_0 , se reglează VE2 pentru a indica 0. Apoi se reglează U_0 (calibrare – acul la reper) astfel ca:

$$Q = \frac{U_{C_0}}{U} = \frac{U_{C_0}}{\frac{U_0}{n}} = n \frac{U_{C_0}}{U_0} \quad (2.209)$$

- Măsurări de bază:

Se măsoară L_x și Q_x pentru o bobină astfel: pentru ω_0 dorit, se conectează L_x la bornele "L" și se variază C_0 pînă la obținerea maximului pe voltmetru pentru $C_0 = C_0$. În acest moment se citește direct Q_x și se calculează L_x :

$$L_x = \frac{1}{\omega_0^2 C_0} \quad (2.210)$$

2.4.2.2 Măsurări derivate

Este posibilă măsurarea unei impedanțe sau admitanțe necunoscute la frecvența dorită ω_0 , folosind elemente adiționale. De asemenea, este posibilă măsurarea prin această metodă a unei bobine care, la frecvența dorită, nu permite obținerea acordului în serie cu C_0 , știind că $C_0 \in [C_{0,min}, C_{0,max}]$.

Cazul 1: măsurarea $Z_x(\omega_0) < X_{C_0}(\omega_0)$ (cazul impedanțelor "mici")

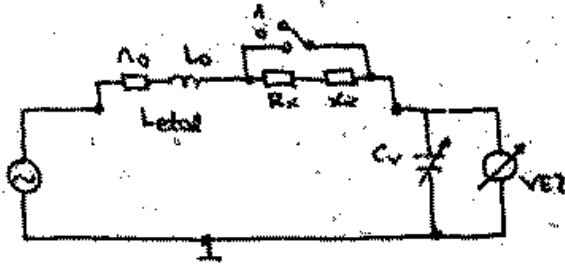


Figura 2.77: Măsurarea impedanțelor "mici"

Se conectează impedanța necunoscută $R_x + jX_x$ în serie cu o bobină auxiliară (cu L_0 și r_0) ca în figura 2.77. Cu comutatorul K pe cele 2 poziții se face pe rînd acordul (adică se obține o tensiune maximă pe voltmetru prin varierea C_0) și se citesc, respectiv pe pozițiile 1 și 2, (C_0, Q_0) și (C_1, Q_1) . Se obține:

$$K = 0 : \begin{cases} \omega_0 L_0 = \frac{1}{\omega_0 C_0} \\ Q_0 = \frac{1}{\omega_0 C_0 r_0} \end{cases} \quad (2.211)$$

respectiv (cu observația că Q_1 este de fapt $Q_{1,citit}$)

$$K = 1 : \begin{cases} \omega_0 L_0 + X_x = \frac{1}{\omega_0 C_1} \\ Q_1 = \frac{U_{C_1}}{U} = \frac{1}{U} \frac{U}{r_0 + R_x} \frac{1}{\omega_0 C_1} = \frac{1}{\omega_0 C_1 (r_0 + R_x)} \end{cases} \quad (2.212)$$

de unde se obțin:

$$X_x = \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0} \right) \quad (2.213)$$

$$R_x = \frac{1}{\omega_0 C_1 Q_1} - r_0 = \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{1}{C_1} Q_1 - \frac{1}{C_0 Q_0} \right) \quad (2.214)$$

$$Q_x = \frac{X_x}{R_x} = Q_1 Q_0 \frac{C_0 - C_1}{C_0 Q_0 - C_1 Q_1} \quad (2.215)$$

Cîteva cazuri particulare (fără elemente parazite)

$$C_1 = C_0 \quad Q_1 < Q_0 \quad \Rightarrow R_{x,mic} = \frac{1}{\omega_0 C_0} \left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_0} \right) \quad (C_{H_s}^* = \infty) \quad (2.216)$$

$$C_1 < C_0 \quad C_0 Q_0 = C_1 Q_1 \quad \Rightarrow L_{x,mic} = \frac{1}{\omega_0^2} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0} \right) \quad (R_{L_s}^* = 0) \quad (2.217)$$

$$C_1 > C_0 \quad C_0 Q_0 = C_1 Q_1 \quad \Rightarrow C_{x,mare} = \frac{1}{\omega_0 C_0} \frac{C_0 C_1}{C_1 - C_0} \quad (R_{C_s}^* = 0) \quad (2.218)$$

Se observă că dacă $C_0 Q_0 > C_1 Q_1$, atunci $R_x \neq 0$.

Cazul 2: măsurarea $Z_x(\omega_0) > X_{C_s}(\omega_0)$

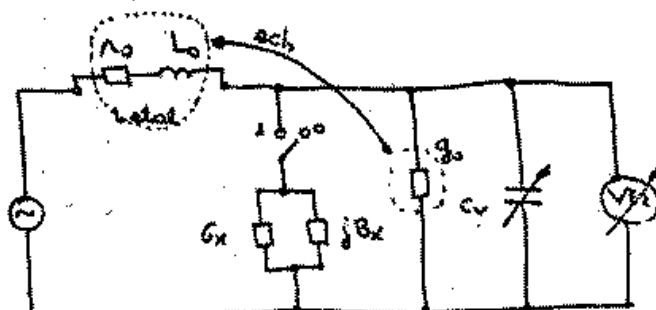


Figura 2.78: Măsurarea impedanțelor "mari"

În acest caz, se conectează la bornele "L" o bobină adițională ca în cazul precedent, dar impedanța necunoscută se conectează în paralel pe C_0 . Se face acordul, pe rînd, cu comutatorul pe cele 2 poziții, variînd C_0 pînă la obținerea unui maxim pe voltmetru, și se citesc valorile (C_0, Q_0) și respectiv (C_1, Q_1) (amîndouă la aceeași frecvență ω_0).

Schema circuitului echivalent este dată în figura 2.78. Rezistența r_0 a bobinei adiționale se poate echivala cu o conductanță g_0 în paralel pe C_0 , care păstrează Q_0 al circuitului:

$$r_0 \longrightarrow g_0 \Rightarrow Q_0 = \frac{\omega_0 L_0}{r_0} = \frac{\omega_0 C_0}{g_0} \quad (2.219)$$

Pentru cele două poziții ale comutatorului, la rezonanță avem:

$$K = 0 : \begin{cases} \omega_0 C_0 = \frac{1}{\omega_0 L_0} \\ Q_0 = \frac{\omega_0 C_0}{g_0} \end{cases} \quad (2.220)$$

respectiv

$$K = 1 : \begin{cases} \omega_0 C_1 + B_x = \frac{1}{\omega_0 L_0} \\ Q_1 = \frac{\omega_0 C_0}{g_0 + G_x} \quad (\text{Același } L_0, \text{ deci același } C_0) \end{cases} \quad (2.221)$$

Se obține:

$$B_x = \omega_0(C_0 - C_1) \quad (2.222)$$

$$G_x = \omega_0 C_0 \left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_0} \right) \quad (2.223)$$

$$Q_x = \frac{1}{C_0} \frac{C_0 - C_1}{\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_0}} = Q_0 Q_1 \frac{C_0 - C_1}{C_0(Q_0 - Q_1)} \quad (2.224)$$

Citeva cazuri particulare:

$$C_1 = C_0 \quad Q_1 < Q_0 \Rightarrow R_{x, \text{mare}} = \frac{1}{\omega_0 C_0} \frac{Q_0 Q_1}{Q_0 - Q_1} \quad (R_x^p < \infty) \quad (2.225)$$

$$C_1 < C_0 \quad Q_0 = Q_1 \Rightarrow C_{x, \text{mic}} = C_0 - C_1 \quad (R_{C_x}^p = 0) \quad (2.226)$$

$$C_1 > C_0 \quad Q_0 = Q_1 \Rightarrow L_{x, \text{mare}} = \frac{1}{\omega_0^2(C_0 - C_1)} \quad (R_{L_x}^p = 0) \quad (2.227)$$

Cazul 3: determinarea elementelor reactive inseparabile ale unei scheme date

Măsurarea se face la mai multe frecvențe ω_i , $i = 1 \div n$ și se obțin n ecuații din care se scot necunoscutele X_i . De exemplu, această metodă se folosește pentru determinarea elementelor parazite ale unor componente.

Exemplul 1: $L_{x, \text{mare}} \parallel C_{L_x}$:

$$\frac{1}{\omega_0 L_{\text{ech}}} = \frac{1}{\omega_0 L_x} + \omega_0 C_{L_x} = B_x(\omega_0) = \overbrace{\omega_0(C_0 - C_1)}^{-\Delta C_v} \quad (2.228)$$

idem la o altă frecvență ω_{01} , și se obțin 2 ecuații cu 2 necunoscute, de unde se scot L_x și C_{L_x} .

Același lucru se poate obține și grafic, observînd că se poate scrie ecuația unei drepte care trece prin n puncte, corespunzătoare celor n frecvențe la care se măsoară:

$$\underbrace{\frac{1}{\omega_{0n}^2}}_y = L_x \underbrace{(\Delta C_{vn})}_x + C_{L_x} \quad (2.229)$$

unde $\Delta C_{vn} = C_n - C_0$; se obține dreapta cu ecuația de mai jos și cu graficul în figura 2.79:

$$y = k(x - x_0) \quad (2.230)$$

Avantajul acestei metode este interpolarea grafică, dacă se măsoară mai mult decît cele 2 puncte strict necesare.

Exemplul 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{x, \text{norm}} \parallel C_{L_x} \quad L_x = \frac{L}{1 - \omega^2 L_x C_{L_x}} \Rightarrow \frac{1}{L_{x,n}} = \frac{1}{L} - \frac{1}{\omega_{0x} L} \omega_{0n}^2 \\ C_{x, \text{mare}} \text{ serie cu } L_{C_x} \quad C_x = \frac{C}{1 - \omega^2 C_x L_{C_x}} \Rightarrow \frac{1}{C_{x,n}} = \frac{1}{C} - \frac{1}{\omega_{0x} C} \omega_{0n}^2 \end{array} \right. \quad (2.231)$$

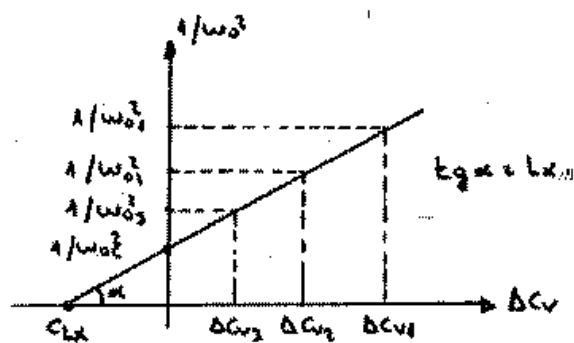


Figura 2.79: Exemplul 1

Dreapta care trece prin cele n puncte este desenată în figura 2.80.

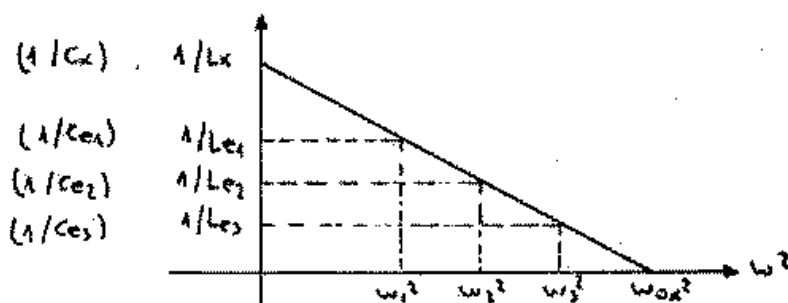


Figura 2.80: Exemplul 2

Cazul 4: măsurarea Q prin dezacord

Există 2 variante ale acestei metode, dezacordul de frecvență ($C_v = \text{constant}$) și de capacitate ($f = \text{constant}$). Ambele metode constau în obținerea acordului (tensiune maximă pe voltmetru), urmată de dezacordarea circuitului (prin varierea ușoară a lui f , respectiv C_v) pînă cînd tensiunea citită pe voltmetru scade la 0.707 din valoarea maximă (ceea ce corespunde benzii la 3dB pe curba de rezonanță). Pentru $Q > 10$, curba este aproximativ simetrică aritmetic (figura 2.81).

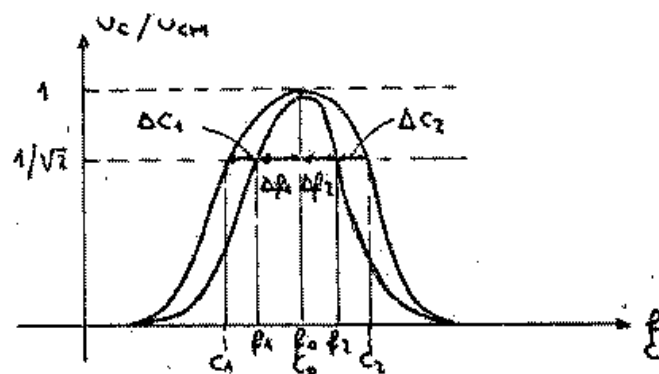


Figura 2.81: Măsurarea prin dezacord

Se citește f , respectiv C_v în momentul atingerii acestei valori, și se calculează Q :

$$\Delta f_1 \approx \Delta f_2 \approx \Delta f = \frac{B_{-3dB}}{2} \quad (2.232)$$

$$\Delta C_1 \approx \Delta C_2 \approx \Delta C \quad (2.233)$$

de unde rezultă:

$$Q = \frac{C_0}{\Delta C} = \frac{f_0}{2\Delta f} = \frac{f_0}{B_{-3dB}} \quad (2.234)$$

Având în vedere că în momentul cînd se atinge maximum de tensiune pe voltmetru, această valoare este gradată direct în Q , se pot compara valorile citită și respectiv calculată (ecuația 2.234) ale lui Q , verificînd corecta etalonare a Q -metrului.

În principiu, precizia măsurării prin dezacord de frecvență poate fi mult sporită prin utilizarea unui frecvențmetru numeric, în timp ce precizia dezacordului de capacitate este limitată la rezoluția condensatorului variabil.

2.4.2.3 Precizia măsurărilor cu Q -metrul

Valori tipice pentru erorile de măsură obținute cu acest aparat sînt $\varepsilon_{L,Q} \leq 1\%$ la 1MHz, mergînd pînă la 10% la 100MHz.

Cauzele erorilor sînt:

- obiective: $r_c \neq 0$, rezistența internă a voltmetrului e finită (și acesta poate avea și cea inductanță și capacitate parazită), frecvența generatorului nu e perfect stabilă, rezoluțiile de citire ale f , C_v , Q nu sînt foarte mari
- subiective: erori de citire, de manevrare (determinarea maximum pe voltmetru), de metodă (modelul ales poate fi neadecvat sau prea simplificat).

Calculul erorilor pentru Q :

- datorită elementelor parazite:

luăm în considerare R_c , R_{in} a voltmetrului, $\text{tg}\delta_{C_v}$; cum voltmetrul e paralel pe C_v , efectul R_{in} îl putem include în tangenta unghiului de pierderi; atunci, dacă Q_m este valoarea măsurată a lui Q și Q_{ad} este valoarea adevărată:

$$\frac{1}{Q_m} = \frac{R_x + r_c + X_c \text{tg}\delta_{C_v}}{X_x} = \frac{1}{Q_{ad}} + \frac{r_c}{X_x} + \text{tg}\delta_{C_v} \quad (2.235)$$

$$\varepsilon_{r,Q}^{\text{elem par}} = \frac{Q_m - Q_{ad}}{Q_{ad}} = -Q_m \left(\frac{r_c}{X_x} + \text{tg}\delta_{C_v} \right) \quad (2.236)$$

- de citire:

$$Q = \frac{U_c}{U_g} \Rightarrow \varepsilon_{r,Q}^{\text{cit}} = \varepsilon_{U_c} + \varepsilon_{U_g} = \varepsilon_{U_c} + \varepsilon_{U_g} + \varepsilon_n \quad (2.237)$$

Calculul erorilor pentru X :

Aceste erori au mai multe surse:

- elementele reglabile: Mărimea X nu se citește direct pe Q-metru, ci se calculează pe baza altor mărimi care se citesc direct. Se aplică formula propagării erorii la măsurări indirecte, pentru a afla care este eroarea mărimii X știind erorile mărimilor care intră în formula de calcul pentru X (în fiecare caz particular - nu există o formulă generală). Dacă de exemplu $X_x = 1/\omega C_v$, rezultă $\varepsilon_{r,X} = \varepsilon_{r,C} + \varepsilon_{r,f}$ care sînt de obicei date de rezoluțiile de citire ale C și f .
- elementele parazite: ca în cazul precedent (erorile lui Q) se determină modelul real al circuitului RLC și se deduc noile formule în funcție de model.

2.4.3 Q-metrul numeric

Q-metrul este, după cum am văzut, un aparat foarte versatil, care permite multe tipuri de măsurători, cu rezerva că citirea valorii măsurate în multe cazuri nu este directă, ci necesită aplicarea unor formule de calcul, și în plus efectuarea acordului poate fi dificilă (și ia timp, deci e mai greu de folosit pentru măsurători repetate). De aceea, s-au realizat Q-metre numerice care permit citirea directă, dar care funcționează pe baza altui principiu decît Q-metrul clasic.

Q-metrul numeric se bazează pe conversia Q_x într-o mărime intermediară ușor măsurabilă cu un aparat numeric, și anume timpul în care amplitudinea oscilațiilor amortizate ale unui circuit RLC scade sub o anumită valoare.

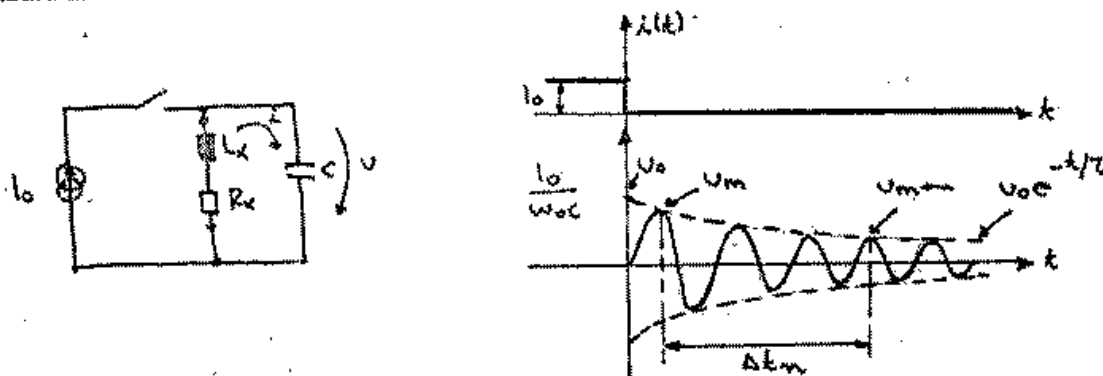


Figura 2.82: Principiul de funcționare al Q-metrului numeric

Principiul de funcționare poate fi urmărit pe circuitul RLC din figura 2.82. În momentul închiderii comutatorului la momentul $t = 0$, forma de undă, vizibilă pe grafic, este o sinusoidă amortizată. Tensiunea $u(t)$ de pe condensator variază după legea:

$$u(t) = \frac{I_0}{\omega_0 C} e^{-\frac{r}{2L}t} \sin \omega_0 t \quad (2.238)$$

unde $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ iar I_0 este valoarea inițială a curentului.

Cum măsurarea timpului se reduce la numărarea perioadelor sinusoidelor (perioada sinusoidelor fiind constantă, chiar dacă anvelopa nu este), vom nota cu Δt_n timpul în care

au loc n oscilații (pe figură, între amplitudinea U_m și amplitudinea U_{m+n} , n perioade mai târziu față de perioada a m -a):

$$U_{m+n} = U_m e^{-\frac{r}{2L} \Delta t_n} \quad (2.239)$$

$$\Delta t_n = \frac{2L}{r} \ln \frac{U_m}{U_{m+n}} \quad (2.240)$$

de aici se scoate n :

$$n = \frac{\Delta t_n}{T_0} = \frac{\omega_0 2L}{2\pi r} \ln \frac{U_m}{U_{m+n}} = \frac{1}{\pi} \cdot Q_x \cdot \ln \frac{U_m}{U_{m+n}} \quad (2.241)$$

și dacă se alege un raport al amplitudinilor U_m și U_{m+n} încît:

$$\frac{1}{\pi} \ln \frac{U_m}{U_{m+n}} = 1 \Rightarrow n = Q_x \quad (2.242)$$

Acest raport corespunde unui raport de tensiuni:

$$\frac{U_m}{U_{m+n}} = e^\pi = 23.14 \quad (2.243)$$

Prin urmare, putem măsura Q în mod direct folosind schema din figura 2.83. Numărătorul primește impulsuri pe intrarea de numărare din momentul cînd amplitudinea atinge valoarea E (cînd comparatorul C1 comandă resetarea numărătorului) pînă cînd amplitudinea atinge valoarea $E/23.14$ (cînd comparatorul C2 blochează trecerea impulsurilor următoare).

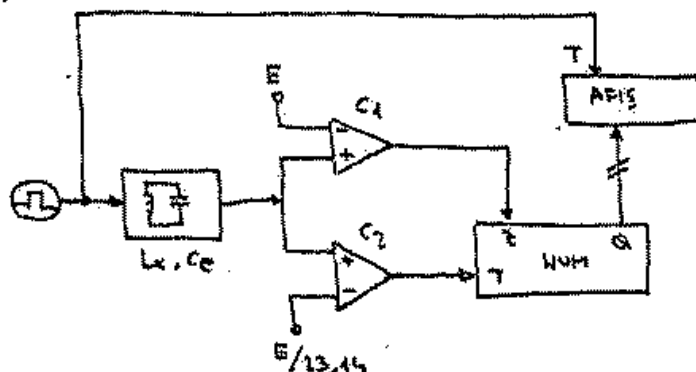


Figura 2.83: Schema Q-metrului numeric

Dezavantajele Q-metrului numeric sînt:

- mai puțin versatil, întrucît un Q-metru clasic ne permite să măsurăm aproape *orice* circuit rezonant la *orice* frecvență dacă îi înțelegem modelul și îi adăugăm elementele adiționale necesare obținerii acordului, în timp ce această schemă măsoară strict Q într-un anumit caz particular (la frecvența de rezonanță cu C_x).
- nu permite măsurarea prin dezacord;

- nu permite măsurarea de valori fracționare pentru Q , deci la valori mici ale lui Q eroarea este considerabilă.

Possibilitățile lui se pot extinde prin:

- adăugarea unui frecvențmetru numeric (se pot obține L_x și toate măsurările derivate)
- în această situație, folosirea unui condensator variabil C_v ne permite și reglarea frecvenței de lucru (dar necesită manevre de acord).
- se pot obține valori fracționare pentru Q mediind câte un grup de $10, 10^2, \dots$ măsurători prin tehnica măsurătorilor mediate (vezi frecvențmetrul numeric, măsurarea mediată a duratei impulsurilor).

2.5 Ohmmetre și Z-metre electronice (active)

Se pot folosi toate metodele analizate în paragrafele anterioare asistate de scheme electronice care, în general, realizează următoarele:

- reducerea manevrelor manuale, mergând pînă la automatizarea completă;
- conversia liniară a impedanței în tensiune/curent sau frecvență/timp și măsurarea acestora cu voltmetrul (ampermetrul) electronic numeric sau frecvențmetrul numeric, gradate direct în mod adecvat (realizarea ohmetrului sau Z-metrului ca funcție anexă pe lînga aparatul respectiv);
- baleiajul (vobularea) frecvenței de măsură și afișarea rezultatului conversiei Z / U (modul și unghi sau componenta reală și componenta imaginară) pe un tub catodic (display) ca funcție de frecvență, aparatul denumindu-se analizor de rețea;
- simularea elementelor reactive (în special inductanțelor) astfel încît să fie folosite numai elemente etalon de tensiune, frecvență, rezistență (mult mai precise, întrucît pot fi bazate pe fenomene cuantice), eventual și capacitate;
- eliminarea prin schemă a influenței elementelor parazite (măsurarea impedanțelor ca impedanțe multipolare pentru măsurători de mare precizie, telemăsură, măsurări in situ).

Vom examina în continuare două dintre tipurile mai răspîndite, și anume convertorul voltampermetric (pentru conversia rezistenței/impedanței în tensiune și/sau curent, convertorul fiind anexă la un voltmetru, de obicei numeric) și convertorul $R/L/C$ în Δt cu măsurarea numerică a intervalului Δt (convertorul fiind anexă la un frecvențmetru numeric).

2.5.1 Converteoare voltampermetrice

2.5.1.1 Scara Ω neliniară a multimetrului electronic analogic

La multimetrele analogice (uzual avînd funcțiile de voltmetru de c.c. și c.a.) se poate realiza funcția ohmetru prin folosirea unei surse auxiliare calibrate ajustabile (E) și a unui set de rezistențe etalon (R_{ms} corespunzătoare mijlocului scării avînd inscripția $\times 1$) conform schemei din figura 2.84. Din figură rezultă:

$$U_x = \frac{R_x}{R_x + R_{ms}} E \xrightarrow{E_{ajustabil} = U_{CS}} \frac{U_x}{U_{CS}} = \frac{1}{1 + \frac{R_{ms}}{R_x}} \quad (2.244)$$

care este relația de gradare a scării; rezultă

$$R_x = \frac{R_{ms}}{\frac{U_{CS}}{U_x} - 1} \quad (2.245)$$

Uzual, R_{ms} capătă valori $10^m \Omega$, scările fiind comutabile doar decadic (fiind neliniare).

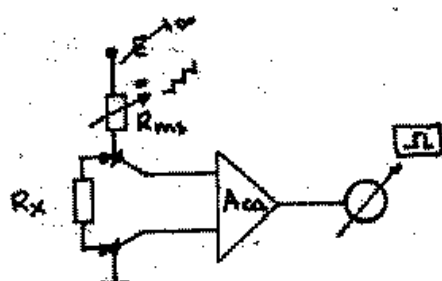


Figura 2.84: Ohmetru cu scară neliniară

Scara de gradare fiind neliniară, se gradează separat, ca la un ohmetru pasiv, dar cu zeroul în stînga (ca la schema derivație). Aparatul are două reglaje, zeroul care se execută cu intrarea în scurt-circuit (corectîndu-se offsetul amplificatorului de c.c.) și ∞ care se execută în gol, ajustîndu-se sursa auxiliară E astfel încît aparatul să arate U_{CS} . De obicei, la măsurarea rezistențelor aparatul este pe o scară mică, de exemplu $1V_{CS}$.

Observație: este posibilă și măsurarea de inductanțe și capacități (gradare în H/F) dacă sursa E se înlocuiește cu un generator avînd $\omega = 10^n \text{ rad/s}$ ($f \approx 1.59 \cdot 10^n \text{ Hz}$) și $E = U_{CS}$; de asemenea, măsurarea $|Z|$ cu gradare în Ω , indiferent de ω .

2.5.1.2 Scara Ω liniară a multimetrului electronic numeric (eventual analogic)

Vom discuta cazul măsurării rezistențelor, cu voltmetrul (ampermetrul electronic numeric); similar, cu un generator de curent constant de c.a. calibrată se pot măsura $|Z|$, iar dacă se folosește un voltmetru vectorial (măsurînd modulul și faza sau partea reală și imaginară a tensiunii în raport cu o tensiune de referință) se poate măsura complet o impedanță.

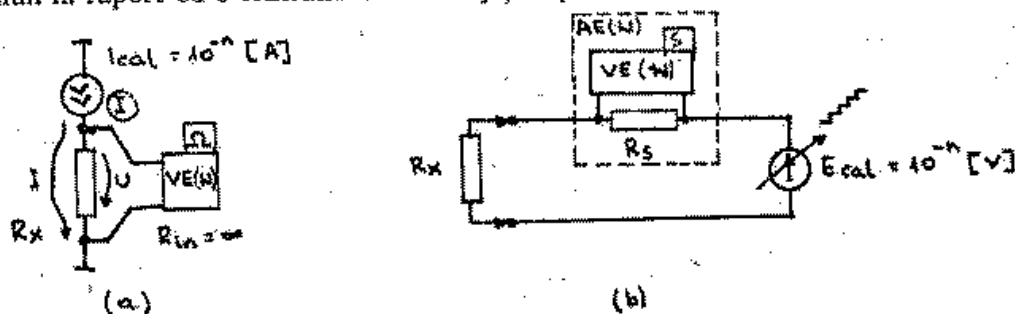


Figura 2.85: Ohmetre cu scară liniară

În principiu, există două variante de măsurare, la curent și la tensiune constantă. În ambele cazuri, se caută ca operația de împărțire (U/I sau I/U) să fie evitată prin alegerea numitorului ca putere a lui 10, în care caz comutarea scării revine la poziționarea punctului zecimal.

Schemele de bază pentru măsurarea dipolară sînt date în figura 2.85 (a) și (b).

Pentru schema (a) este valabilă relația:

$$R_x = \frac{U_{\text{citit}}}{I_{\text{cal}}} = 10^{-n} \cdot \frac{\Omega}{U_{\text{citit}}} \quad (2.246)$$

adică tensiunea citită în volți are aceeași valoare numerică cu rezistența măsurată în ohmi (cu poziționarea corespunzătoare a punctului zecimal), deci singura schimbare în voltmetru este afișarea semnului Ω în loc de V. Soluția este adoptată până la rezistențe de ordinul $M\Omega$ întrucît rezistența de ieșire a unui generator de curent constant maximă realizabilă este de ordinul $10^4 \Omega$, ceea ce asigură o eroare de 1ppm unei rezistențe de $1M\Omega$.

Pentru rezistențele mai mari este indicată schema (b) la care este valabilă relația:

$$G_x = \frac{I_{citi}}{E_{cal}} = 10^{-n} \cdot \frac{S}{I_{cal}} \quad (2.247)$$

Un ampermetru electronic este în mod obișnuit realizat dintr-un voltmetru electronic cu intrare flotantă șuntată de o rezistență calibrată, curentul fiind măsurat prin căderea de tensiune pe această rezistență. De exemplu, $1V/1M\Omega = 1\mu A$ care, trecînd printr-un șunt de 1Ω dă o cădere de tensiune de $1\mu V$ măsurabilă de către un voltmetru; raportul dintre rezistența măsurată și rezistența șuntului necesar poate fi 10^6 , ceea ce asigură o eroare de liniaritate de 1ppm relației 2.247, care se păstrează pe scările superioare mărind simultan rezistența de șunt. Prin urmare, schema este mai avantajoasă la rezistențe mai mari (de ordinul $G\Omega$).

Cele expuse mai sus sînt valabile în limitele în care măsurarea dipolară este și ea valabilă; după cum se știe însă, valorile extreme (sau măsurarea în situ/telemăsură, sau preciziile extreme) nu se pot atinge decît prin măsurători tri-, quadri- respectiv pentapolare. Cazul conexiunii pentapolare este reprezentat în figurile 2.86 și 2.87; prin omîterea unor conexiuni se pot obține măsurători cuadripolare, respectiv tripolare.

În schema din figura 2.86 măsurătoarea se face la curent constant $I_{cal} = 10^{-n} A$, injectat de generatorul I_{cal} avînd masa (punctul comun) flotantă față de masa voltmetrului electronic numeric VEN (4). Ambele mase sînt flotante față de carcasa aparatului, legată la pămîntul de protecție al rețelei de forță (șuco) necesar pentru protecția operatorului.

Se observă că I_{cal} trece prin R_x și tensiunea $U_x = R_x I_x$ care apare la bornele rezistenței este regăsită integral la bornele V_H, V_L ale voltmetrului ($U_{citi} = V_H - V_L = V_a - V_b$), rezistențele r_2, r_3 nefiind parcurse de nici un curent deoarece rezistențele de intrare ale voltmetrului și repetorului de gardă tind spre ∞ ($> 10^9 \Omega$). Rezistențele r_1, r_4 apar în serie cu rezistența de ieșire (foarte mare) al generatorului de curent deci efectul lor nu contează. Nici o fracțiune de curent nu se derivează prin R_{p1} mulțumită acțiunii repetorului de gardă distant RGD, care repetă potențialul bornei $V_H = V_a$ în punctul G' ($V_{G'} = V_H = V_a$), rezistența R_{p1} fiind astfel bootstrapată.

Borna SG este senzorul de gardă distantă, și $V_{SG} = V_{G'}$ întrucît pe firul r_5 nu există nici o cădere de tensiune datorită rezistenței mari de intrare a RGD, iar căderea de tensiune pe firul r_6 nu contează, fiind redusă prin acțiunea buclei de reacție negativă ($V_G > V_{G'}$ cu o cantitate astfel încît $V_{G'} \approx V_H$).

Curentul prin R_{p2} este furnizat de RGD și nu parcurge R_x deci nu afectează U_x, I_x .

Rezistența între G și SG (de ordinul $M\Omega$) asigură închiderea buclei de reacție a RGD în situația în care se intrerupe legătura externă a buclei de reacție.

Schema din figura 2.87 reprezintă măsurarea la tensiune constantă, repetoarele distante RDH și RDL asigurînd $V_a = V_{E+}$ și $V_b = V_{E-}$, întrucît pe rezistențele r_2, r_3 nu cade nici o tensiune (impedanță de intrare mare la repetoare), iar căderile de tensiune pe r_1, r_4 și R_x sînt eliminate prin efectul buclei de reacție negativă. Prin R_{p1} nu circulă nici un curent,

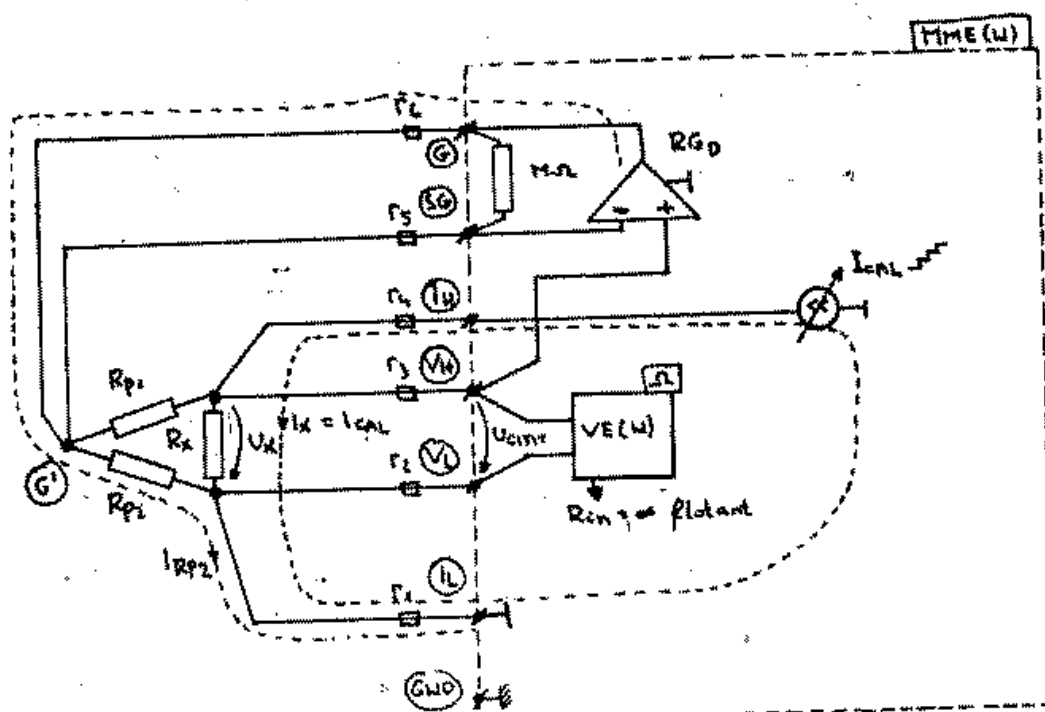


Figura 2.86: Ohmetru cu scară liniară, măsurare pentapolară (a)

Întrucît RGD asigură $V_{G'} = V_A$ ca și în schema precedentă. Curentul absorbit de R_{p2} este furnizat de RGD și nu afectează U_x , I_x . În consecință, $I_{cint} = I_x = G_x U_x = G_x E_{cal}$

Toate buclele de reacție negativă sînt asigurate împotriva întreruperii legăturilor externe prin rezistențe de ordinul M Ω , care nu au nici o influență în prezența firelor de legătură de rezistență mult mai mică.

Dacă legăturile de gardă G-G'-SG sînt întrerupte, rezultă o măsurătoare cuadripolară; dacă sînt prezente și se leagă împreună I_H , V_H și I_L , V_L rezultă o măsurare tripolară.

Scheme analoge se pot folosi și pentru măsurări în c.a. (Z_x , Y_x) dar:

- voltmetrul folosit trebuie să fie vectorial (măsurînd modul și unghi sau parte reală și imaginară a tensiunii, în raport cu faza generatorului de I constant luată ca referință);
- deși schemele de principiu sînt la fel, trebuie luate măsuri deosebite pentru asigurarea stabilității la autooscilații a buclelor de reacție (cuplajele parazite între legături introduc defazaje necontrolate, ceea ce limitează adîncimea de reacție negativă, deci precizia și banda de frecvențe);
- în c.a. este posibilă vobularea prin schimbarea lentă a frecvenței generatorului și afișarea ieșirii voltmetrului pe tub catodic, aparatul devenind un analizor de rețea. În figura 2.88 (a) este arătată reprezentarea în modul și fază avînd ca parametru frecvența, iar în figura (b) reprezentarea părții reale și imaginare a impedanței funcție de frecvență.

2.5.2 Metode de conversie indirectă $RLC \leftrightarrow \Delta t \leftrightarrow N$

Sînt metode pentru măsurare unui element simplu R, L sau C, neglijînd elementele parazite; în scopul conversiei este posibilă folosirea unor scheme de tipul monostabil, multivibra-

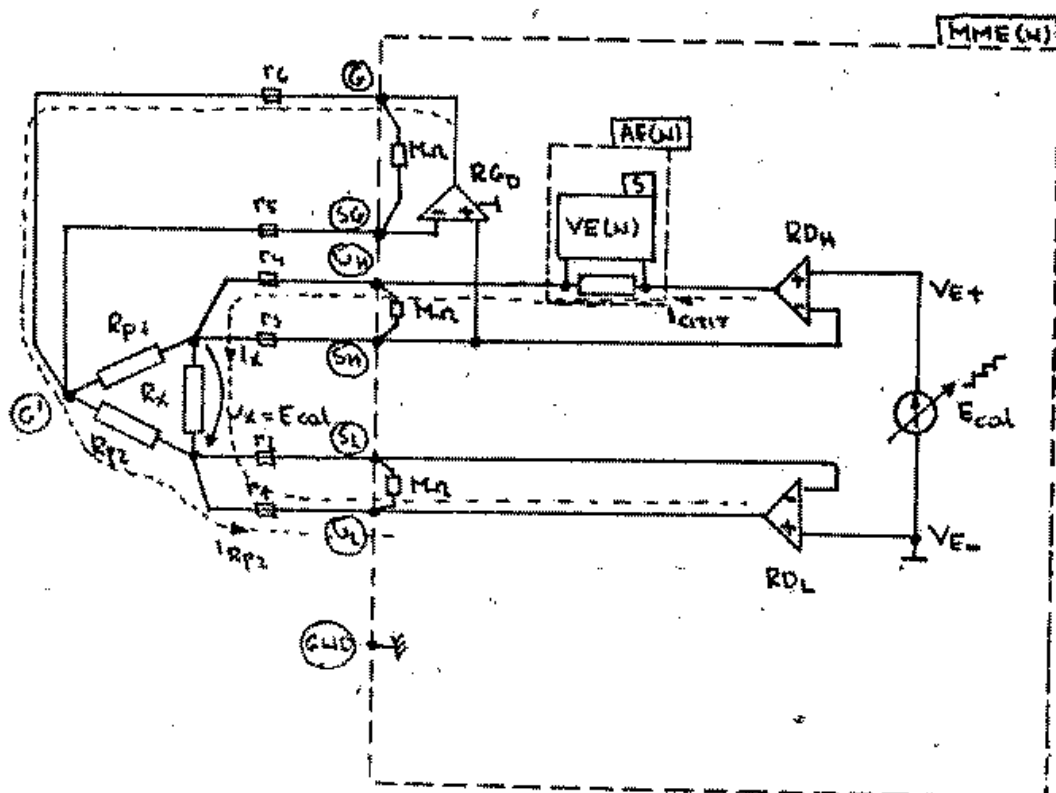


Figura 2.87: Ohmetru cu scară liniară, măsurare pentapolară (b)

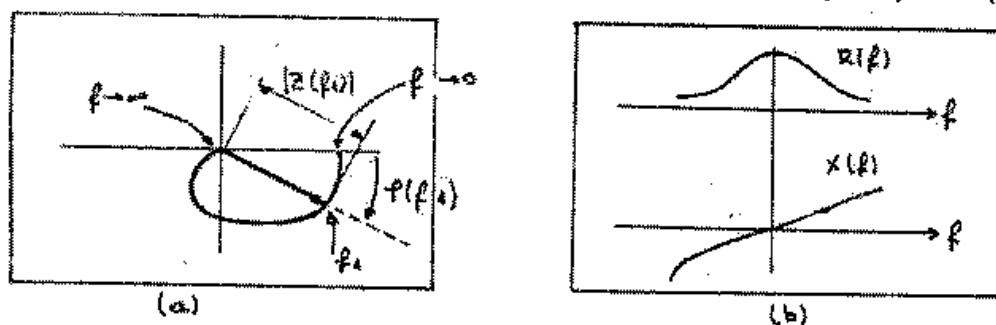


Figura 2.88: Analizor de rețea

tor sau generator de funcții, ceea ce face ca acest convertor să fie o anexă pe lângă un frecvențimetru numeric. Vom lua ca exemplu un convertor de tip monostabil în punte, avantajul principal al acestui fiind independența conversiei față de stabilitatea tensiunii de alimentare.

Schema este dată în figura 2.89. Monostabilul propriu-zis cuprinde comparatorul COMP și circuitul de reacție în punte format din ramurile R_1, R_2 respectiv R_x, C_{sc} și analogele, alese prin comutatorul K. Frecvența unui oscilator etalon cu cuarț este divizată succesiv de un divizor cu 10^M reglabil decadic urmat de un divizor de valoare $2 \cdot 10^k, k = 3, 4$ a cărui ieșire simetrică (datorită ultimului divizor cu 2 din lanț) comandă aplicarea tensiunii de alimentare, respectiv masei pe lanțul R_x, C_{sc} (și similarele).

Tensiunea la intrarea (-) a COMP crește, respectiv scade exponențial cu constanta de timp $\tau_x = R_x C_{sc}$, comparatorul comută dintr-o stare în alta la trecerea prin pragul $(1 - 1/e)V_s$ asigurat de divizorul R_1, R_2 . În consecință, intervalul de timp cît comparatorul stă

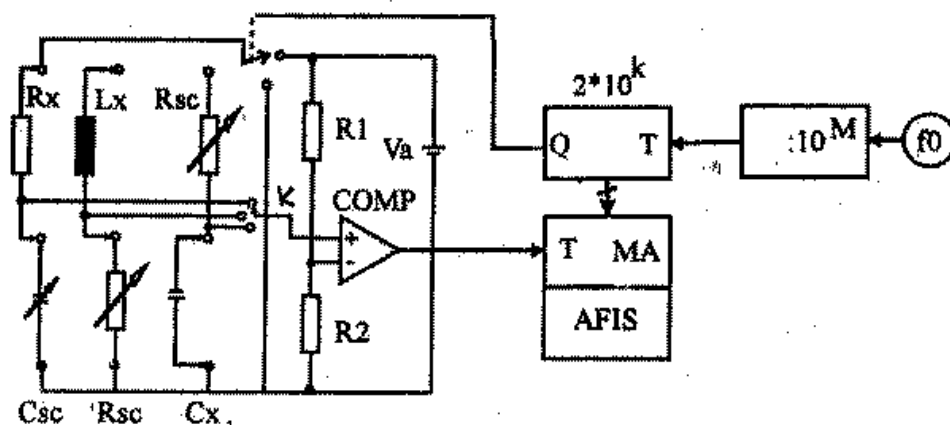


Figura 2.89: Converter cu monostabil în punte

în 0 la conectare este $\Delta t_x = \tau_x$; în acest interval, numărătorul numără de la 0 la N_x , valoare care este transferată în memoria de afișaj MA pe frontul de comutare al comparatorului și afișată în continuare pînă la următoarea măsurătoare. Alegînd elementele de scară C_{sc} , R_{sc} ca în tabelul de mai jos, numărul afișat reprezintă direct valoarea elementului (cu o poziționare adecvată a punctului zecimal).

Formele de undă sint reprezentate în figura 2.90.

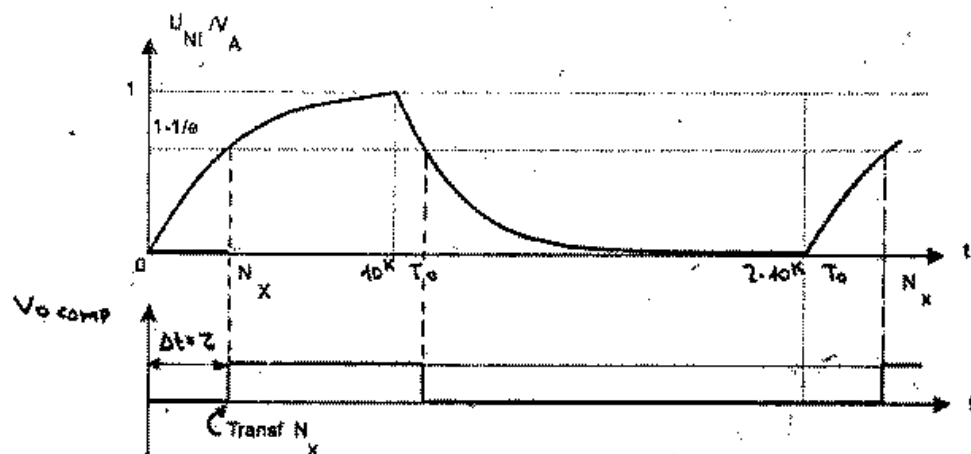


Figura 2.90: Funcționarea convertorului cu MS în punte

$$\frac{V_+}{V_a} = \frac{V_C}{V_a} \bigg|_{RC} = \frac{V_R}{V_a} \bigg|_{RL} = 1 - e^{-t/\tau} \bigg|_{t=\tau=RC=L/R} = 1 - \frac{1}{e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{V_-}{V_a} \quad (2.248)$$

prin urmare

$$N_x = \frac{\tau_x}{T_0} = \left(\frac{R_{sc}}{T_0} \right) C_x = \left(\frac{1}{T_0 R_{sc}} \right) L_x = \left(\frac{C_{sc}}{T_0} \right) R_x \quad (2.249)$$

Luăm $T_0 = 10^{-n}s$ (exemplu: $1\mu s$); atunci:

C_x	$R_{xc} = 10^m [\Omega]$	$C_x = N_x \cdot 10^{-m-n} [F]$
L_x	$R_{xc} = 10^m [\Omega]$	$L_x = N_x \cdot 10^{m-n} [H]$
R_x	$C_{xc} = 10^{-m} [F]$	$R_x = N_x \cdot 10^{m-n} [\Omega]$

Observații.

1. Pentru păstrarea rezoluției relative a convertorului, se comută simultan divizorul 10^M și elementul de scară, astfel încît să fie folosite toate cifrele afișajului.
2. Este posibilă (prin complicarea schemei) sumarea a 10^N măsurători (preferabil timp total de măsură $< 1s$) astfel încît valoarea medie să poată fi calculată doar prin re poziționarea punctului zecimal. În acest caz, se obține o valoare medie a intervalului Δt avînd ca efect reducerea erorilor datorate comutărilor, cuantizării și zgomotelor.

