

4 Măsurarea impedanțelor

4.1 Generalități

4.1.1 Caracterizarea impedanțelor

O impedanță poate fi exprimată prin:

- forma *algebrică (carteziană)*,

$$Z = R + jX \quad (4.1)$$

- forma *exponențială (polară)*,

$$Z = |Z|e^{j\varphi_Z} \quad (4.2)$$

unde

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \varphi_Z = \arctg \frac{X}{R} \quad (4.3)$$

Pentru a caracteriza o impedanță, rezultă că sunt necesare două mărimi reale (partea reală și cea imaginară sau modulul și faza).

Reprezentarea algebrică permite echivalarea impedanțelor cu o *structură serie* compusă dintr-un element rezistiv și unul reactiv. În cazul unei *structuri derivație*, este mai convenabilă caracterizarea prin mărimea complementară, admitanța

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB = |Y|e^{j\varphi_Y} \quad (4.4)$$

4.1.2 Reactori disipativi

Bobinele și condensatoarele nu sunt ideale. Ele sunt întotdeauna însoțite de rezistențe de pierderi și de asemenea, rezistențele prezintă reactanțe parazite (în deosebi cu caracter inductiv). De aceea, rezultă utilitatea unei analize a acestor structuri.

Definiție

Combinăția dintre o rezistență și o reactanță se numește *reactor disipativ*.

În funcție de tipul combinației, există:

- reactori disipativi *serie* (Fig. 4.1 a);
- reactori disipativi *derivație* (Fig. 4.1 b).



Fig. 4.1 Reactori disipativi: a - serie; b - derivație.

În general:

- reactanța unui reactor disipativ se poate datora unei bobine sau unui condensator, sau unei combinații de bobine și condensatoare;
- rezistența unui reactor disipativ poate corespunde unui rezistor, sau poate fi partea activă a unei reactanțe cu pierderi.

Reactanțele X_s și X_p sunt funcții de frecvență, și în general, și R_s , și R_p sunt funcții de frecvență.

O mărime caracteristică a reactorului disipativ este *factorul de calitate* Q , definit prin relația,

$$Q = \frac{|P_r|}{P_a} \quad (4.5)$$

unde: P_r este puterea reactivă medie;

P_a este puterea activă medie.

Factorul de calitate Q arată în ce măsură predomină caracterul reactiv în raport cu cel rezistiv.

Pentru *reactorul disipativ serie*, având în vedere că mărimea comună pentru cele două elemente este curentul $\underline{I}$, se poate scrie,

$$\left. \begin{aligned} |P_r| &= \frac{1}{2} |X_s| I^2 \\ P_a &= \frac{1}{2} R_s I^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_s = \frac{|X_s|}{R_s} \quad (4.6)$$

(relația de calcul a lui Q pentru reactorul disipativ serie)

Pentru *reactorul disipativ derivație*, mărimea comună pentru elementele sale este tensiunea $\underline{U}$, de aceea în acest caz se obține,

$$\left. \begin{aligned} |P_r| &= \frac{1}{2} \frac{U^2}{|X_p|} \\ P_a &= \frac{1}{2} \frac{U^2}{R_p} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_p = \frac{R_p}{|X_p|} \quad (4.7)$$

(relația de calcul a lui Q pentru reactorul disipativ derivație)

Cele două expresii diferite pentru Q au ca explicație fizică faptul că pentru a predomina caracterul reactiv al reactorului (adică Q de valoare mare), reactanța față de rezistență trebuie să fie mare la reactorul disipativ serie și mică la reactorul disipativ derivație.

În practică, se pune problema trecerii de la configurația serie a unui reactor disipativ la cea derivație și invers. De aceea, pentru o frecvență dată se vor deduce *relațiile de echivalență*.

Pentru ca cele două tipuri de reactori să fie echivalente este necesar să fie realizată echivalența energetică sau se poate pune condiția ca impedanțele sau admitanțele lor să fie egale.

Deci,

$$\frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p} = \frac{1}{R_s + jX_s} \quad (4.8)$$

sau

$$\frac{1}{R_p} - j\frac{1}{X_p} = \frac{R_s - jX_s}{R_s^2 + X_s^2} \quad (4.9)$$

de unde rezultă

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s}, \quad X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} \quad (4.10)$$

Cu aceste relații se deduce

$$Q_p = \frac{R_p}{|X_p|} = \frac{|X_s|}{R_s} = Q_s \triangleq Q \text{ (se renunță la indice)} \quad (4.11)$$

adică factorul de calitate pentru doi reactori disipativi echivalenți are aceeași valoare, indiferent de tipul configurației.

Cu ajutorul lui Q , relațiile de echivalență se mai pot scrie,

$$\begin{cases} R_p = R_s (1 + Q^2) \\ X_p = X_s \left(1 + \frac{1}{Q^2} \right) \end{cases} \quad (4.12)$$

Aceste relații permit trecerea de la o configurație la cealaltă, Q -ul exprimându-se în funcție de elementele configurației cunoscute.

Observație

Din a doua relație de echivalență rezultă că X_s și X_p au același semn, adică natura reactanței se menține la trecerea de la o configurație la alta.

Cazuri particulare:

Dacă $Q \gg 1$ (cazul cel mai întâlnit în practică, fiind suficient $Q > 5$) atunci cu o bună aproximație rezultă

$$\begin{cases} R_p \cong R_s Q^2 \\ X_p \cong X_s \end{cases} \text{ (se păstrează reactanța).} \quad (4.13)$$

Dacă $Q \ll 1$, atunci rezultă

$$\begin{cases} R_p \cong R_s \\ X_p \cong \frac{X_s}{Q^2} \end{cases} \text{ (se păstrează rezistența).} \quad (4.14)$$

Deoarece Q este dependent de frecvență (atât reactanța, dar și rezistența variază cu frecvența), echivalența între reactorii disipativi este valabilă numai la frecvența la care s-a efectuat calculul (de cele mai multe ori, frecvența de lucru).

Uneori, în locul factorului de calitate Q , se mai folosesc:

- factorul de pierderi, $D = \frac{1}{Q}$, sau
- unghiul de pierderi, $\delta = \arctg \frac{1}{Q} = \arctg D$

4.1.3 Elemente pasive de circuit (elemente dipolare)**a) - Rezistorul**

Rezistorul *ideal* este un dipol (vezi Fig. 4.2a) la care $u = Ri$, unde constanta reală R reprezintă mărimea numită **rezistența** (această denumire fiind utilizată și pentru rezistor).

Rezistorul *real* este însoțit de elemente parazite, astfel că schema echivalentă este cea din Figura 4.2b. unde:

R - este rezistența caracteristică având o valoare preponderentă în comparație cu celelalte elemente;

L_R - este inductanța datorată înmagazinării unei energii magnetice în jurul rezistorului la trecerea curentului;

C_R - este capacitatea dintre extremitățile rezistorului;

C' - sunt capacitățile echivalente corespunzătoare capacității distribuite față de masă a rezistorului;

R_p - este rezistența corespunzătoare pierderilor în dielectricul izolației și în suportul rezistorului.

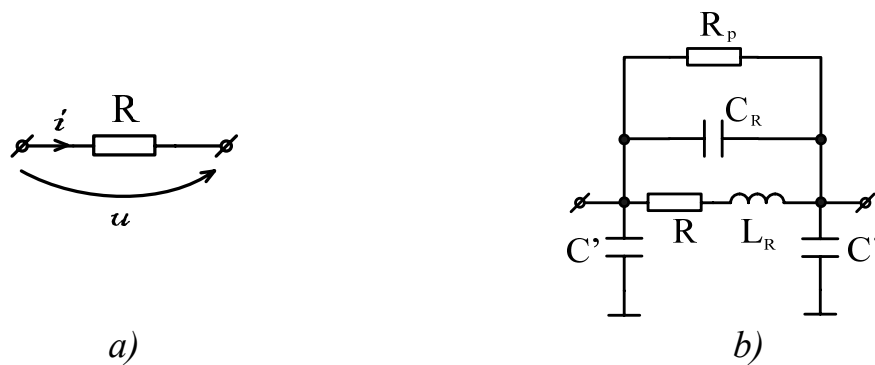


Fig. 4.2 Rezistorul și schema sa echivalentă.

La rezistoarele cu construcție îngrijită și utilizând procedee tehnologice moderne, R_p și C' se pot neglija, iar influența dată de L_R și C_R poate fi redusă, de aceea în practică se utilizează adesea schema echivalentă din Figura 4.3.

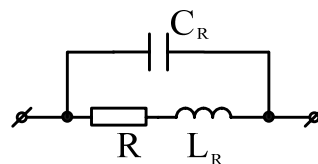


Fig. 4.3

Cu toate acestea, circuitul echivalent al rezistorului are o impedanță ce variază cu frecvența, deoarece elementele din schema echivalentă variază cu frecvența. Pentru a determina concret comportarea rezistorului cu frecvența, se scrie expresia impedanței circuitului echivalent și se analizează variația ei.

b) – Bobina

Bobina *ideală* este un dipol (vezi fig. 3.4a) la care $u = L \frac{di}{dt}$ unde constanta reală L reprezintă **inductanța** bobinei.

Bobina *reală* are schema echivalentă din Figura 4.4b care este identică cu a rezistorului, numai că de această dată preponderentă este inductanța L .

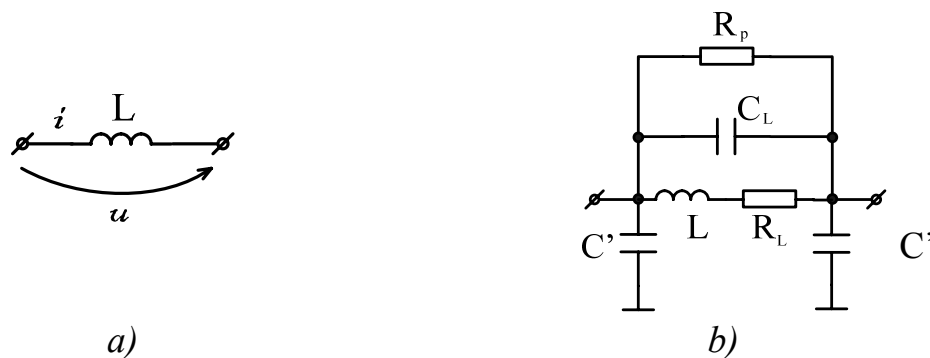


Fig. 4.4 Bobina și schema sa echivalentă

În majoritatea cazurilor practice, schema echivalentă cea mai utilizată este cea din Figura 4.5, adică reprezentarea bobinei se face printr-un reactor disipativ serie.

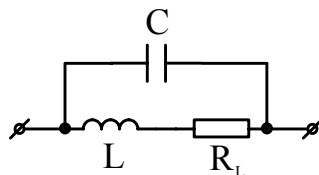


Fig. 4.5

Factorul de calitate la frecvența de lucru ω este

$$Q_L = \frac{\omega L}{R_L} \quad (4.15)$$

unde R_L este determinată de efectul pelicular, pierderile în dielectric, pierderile prin radiație etc.

Factorul de calitate variază cu frecvența

Q se poate considera practic *constant* într-un domeniu de frecvență $(f_0 - \Delta f, f_0 + \Delta f)$ relativ îngust în jurul frecvenței centrale f_0 , adică pentru care este îndeplinită condiția,

$$\frac{\Delta f}{f_0} \ll 1 \quad (4.16)$$

Valori uzuale ale lui Q_L :

- pentru bobine f&racă circuit magnetic închis: $Q_L = 10 \div 120$;
- pentru bobine realizate cu oale de ferită: $Q_L = 100 \div 300$.

c) - Condensatorul

Condensatorul *ideal* este un dipol (vezi fig.3.6a) la care $u = \frac{1}{C} \int i dt$

unde constanta reală C reprezintă *capacitatea* condensatorului.

Condensatorul *real* are schema echivalentă din Figura 4.6b, unde elementele parazite sunt:

R' - rezistența armăturilor și conductoarelor de legătură;

L' - inductanța corespunzătoare înmagazinării de energie magnetică din jurul armăturilor;

C - capacitatea parazită față de masă a armăturilor;

R_p - rezistența de pierderi în dielectric și în suporturile armăturilor.

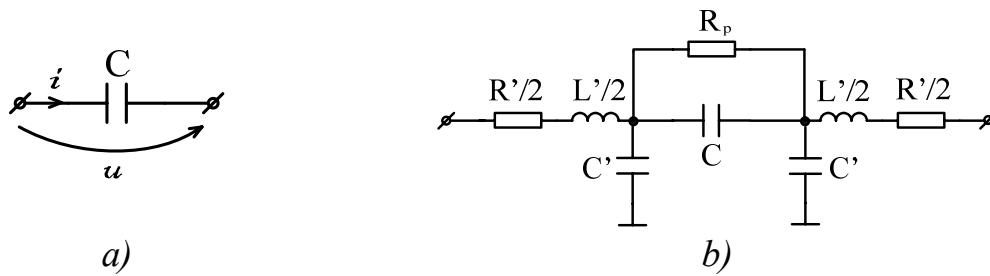


Fig. 4.6 Condensatorul și schema sa echivalentă.

În cazurile practice se utilizează schema echivalentă simplificată din Figura 4.7.

Factorul de calitate al condensatorului la frecvența de lucru ω este

$$Q_C = \frac{R_p}{1/\omega C} = \omega C R_p \quad (4.17)$$

și are valori de câteva ori mai mari decât în cazul bobinelor reale.

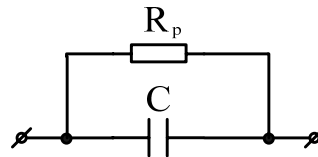


Fig. 4.7

Asemănător ca la bobină, și pentru condensator, într-o bandă de frecvență respectând condiția $\frac{\Delta f}{f_0} \ll 1$, Q se poate considera *constant* cu o foarte o bună aproximație.

4.2 Măsurarea rezistențelor în curent continuu

4.2.1 Măsurarea rezistențelor prin metode simple

a) - Metoda ampermetrului și voltmetrului

Această metodă:

- se utilizează pentru rezistențe de valori $R \in 10 \text{ m}\Omega \div 100 \text{ k}\Omega$
- se bazează pe legea lui Ohm (Fig. 4.8)

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} \quad (4.18)$$

În practică, în funcție de legarea voltmetrului în raport cu generatorul, se disting două tipuri de montaje care au la bază această metodă:

- montajul *aval*,
- montajul *amonte*.

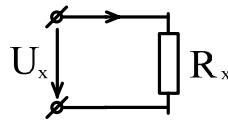


Fig. 4.8

Montajul aval

Schema montajului este reprezentată în Figura 4.9, având caracteristice următoarele relații,

$$\begin{cases} U_x = U \\ I_x = I - I_V \end{cases} \quad \text{adică} \quad \begin{cases} U_x = U \\ I_x \neq I \end{cases}$$

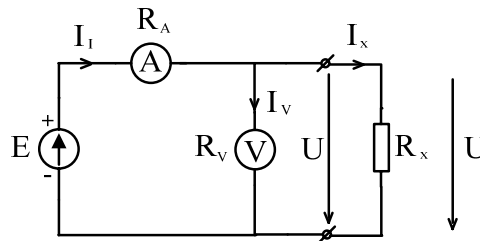


Fig. 4.9, Schema montajului aval

Rezultă că

$$R_m \triangleq \frac{U}{I} \neq R_x = \frac{U_x}{I_x} \quad (\text{adică valoarea măsurată } R_m \text{ este eronată}) \quad (4.19)$$

Valoarea exactă a rezistenței R_x se determină scriind

$$\frac{1}{R_x} = \frac{I_x}{U_x} = \frac{I - I_V}{U} = \frac{1}{R_m} - \frac{1}{R_V} \Rightarrow R_x = \frac{R_V R_m}{R_V - R_m} \stackrel{R_V \gg R_m}{\cong} R_m \left(1 + \frac{R_m}{R_V} \right) \quad (4.20)$$

Montajul amonte

Schema acestui montaj este prezentată în Figura 4.10, iar relațiile caracteristice sunt:

$$\begin{cases} U_x = U - R_A I \\ I_x = I \end{cases} \quad \text{adică} \quad \begin{cases} U_x \neq U \\ I_x = I \end{cases}$$

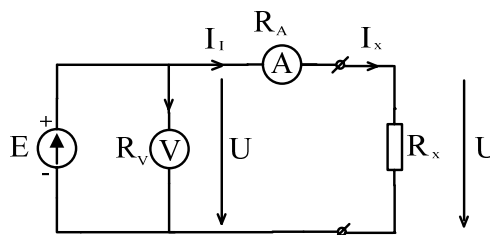


Fig. 4.10 Schema montajului amonte

Și în acest caz

$$R_m \triangleq \frac{U}{I} \neq R_x = \frac{U_x}{I_x} \text{ (deci valoarea } R_m \text{ este eronată)}, \quad (4.21)$$

iar pentru valoarea exactă a rezistenței se obține

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U - R_A I}{I} = (R_m - R_A) \Rightarrow R_x = R_m - R_A \quad (4.22)$$

Prin urmare, din cele obținute mai sus rezultă că oricare ar fi montajul, dacă se ia valoarea R_m în loc de valoarea R_x se comite o eroare sistematică (chiar dacă ampermetrul A și voltmetrul V măsoară cu precizie), care este:

- la montajul aval

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{\frac{R_x R_V}{R_x + R_V} - R_x}{R_x} = -\frac{R_x}{R_x + R_V} < 0 \quad (4.23)$$

și această eroare este cu atât mai mică cu cât $R_V \gg R_x$ (adică metoda este convenabilă pentru măsurarea rezistențelor mici)

- la montajul amonte

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{R_A}{R_x} > 0 \quad (4.24)$$

de unde rezultă că această eroare este cu atât mai mică cu cât $R_A \ll R_x$ (adică metoda este convenabilă pentru măsurarea rezistențelor mari).

Eroarea maximă cu care se determină R_x datorată erorilor instrumentale, adică *impreciziei de măsurare* a ampermetrului și voltmetrului, este:

- la montajul aval, deoarece

$$\frac{1}{R_x} = \frac{I}{U} - \frac{I_V}{U} = \frac{I}{U} - \frac{1}{R_V} \quad (4.25)$$

rezultă,

$$\frac{\Delta R_x}{R_x^2} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U^2} I = \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} \right) \frac{I}{U} = \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} \right) \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_V} \right) \quad (4.26)$$

și

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} \right) \left(1 + \frac{R_x}{R_V} \right) \quad (4.27)$$

- la montajul amonte, deoarece

$$R_x = \frac{U}{I} - R_A \quad (4.28)$$

rezultă

$$\Delta R_x = \frac{\Delta U}{I} + \frac{\Delta I}{I^2} U = \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} \right) \frac{U}{I} = \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} \right) (R_x + R_A) \quad (4.29)$$

și

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} \right) \left(1 + \frac{R_A}{R_x} \right) \quad (4.30)$$

unde $\frac{\Delta I}{I}$ și $\frac{\Delta U}{U}$ sunt erorile relative maxime posibile datorate ampermetrului A și respectiv voltmetrului V. Trebuie remarcat că determinarea erorilor (3.25) și (3.28) s-a făcut cu metoda derivatelor.

Dacă efectul erorii sistematice nu ar fi corectat va rezulta o eroare totală. De exemplu, în cazul metodei amonte se obține:

- *eroarea relativa maxima posibila,*

$$\varepsilon_{m.p.} = \sum_i \left| \frac{\Delta R_x}{R_x} \right|_i = \frac{R_A}{R_x} + \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} \right) \left(1 + \frac{R_A}{R_x} \right) = \frac{R_A}{R_m - R_A} + \left(\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta U}{U} \right) \frac{R_m}{R_m - R_A} \quad (4.31)$$

- *eroarea relativa limită probabilă,*

$$\varepsilon_{l.p.} = \sqrt{\sum_i \left| \frac{\Delta R_x}{R_x} \right|_i^2} = \sqrt{\left(\frac{R_A}{R_m - R_A} \right)^2 + \left(\frac{R_m}{R_m - R_A} \right)^2 \left[\left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U} \right)^2 \right]} \quad (4.32)$$

b) - Metoda comparației

Caracteristicile acestei metode sunt:

- se utilizează pentru măsurarea rezistențelor R_x de același ordin de mărime cu rezistența cunoscută R_0 ;
- montajul poate fi *serie* sau *paralel*.

Montajul serie (metoda celor două voltmetre)

Schema acestui montaj este reprezentată în Figura 4.11. Este necesar să se utilizeze pe cât posibil două voltmetre identice (adică de aceeași rezistență R_v).

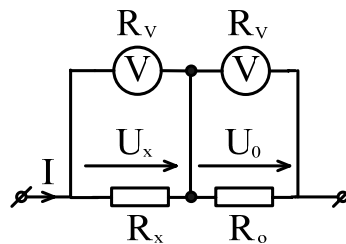


Fig. 4.11 Schema montajului serie.

Relația de calcul pentru rezistența necunoscută este

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_x}{I \cdot \frac{R_V}{R_V + R_x}} = \frac{U_x}{\frac{U_0}{\frac{R_V R_0}{R_V + R_0}} \cdot \frac{R_V}{R_V + R_x}} = \frac{U_x}{U_0} R_0 \frac{R_V + R_x}{R_V + R_0} \quad (4.33)$$

Dacă

$$R_m \triangleq \frac{U_x}{I} = \frac{U_x}{U_0} R_0 \Rightarrow R_x = R_m \frac{R_V + R_x}{R_V + R_0} \quad (4.34)$$

Pentru $R_A \gg R_x, R_0$ (condiție îndeplinită de un bun voltmetru la care $R_V \rightarrow \infty$) sau dacă $R_x \cong R_0$, se obține $R_x \cong R_m$.

În toate celelalte cazuri, dacă se ia $R_x = R_m$ se comite o eroare sistematică,

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{R_m - R_m \frac{R_V + R_x}{R_V + R_0}}{R_m \frac{R_V + R_x}{R_V + R_0}} = \frac{R_0 + R_x}{R_V + R_x} \quad (4.35)$$

deci metoda este indicată pentru măsurarea *rezistențelor mici* ($R_x, R_0 \ll R_V$).

Montajul paralel (metoda celor două ampermetre)

Schema acestui montaj este reprezentată în Figura 4.12, unde se utilizează pe cât posibil două ampermetre identice (adică de aceeași rezistență R_A).

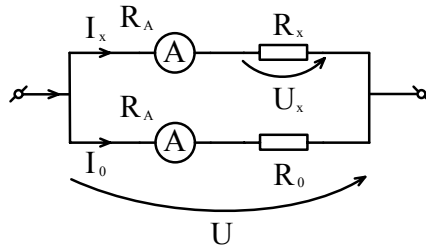


Fig. 4.12 Schema montajului paralel.

Pentru a deduce relația care determină rezistența necunoscută, prin operații succesive se obține,

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U - I_x R_A}{I_x} = \frac{I_0}{I_x} (R_0 + R_A) - R_A = \frac{I_0}{I_x} R_0 \left(1 + \frac{R_A}{R_0} \right) - R_A \quad (4.36)$$

Dacă

$$R_m \triangleq \frac{U}{I_x} = \frac{I_0}{I_x} R_0 \Rightarrow R_x = R_m \left(1 + \frac{R_A}{R_0} \right) - R_A \quad (4.37)$$

Pentru $R_A \ll R_x, R_0$ (condiție îndeplinită de un bun ampermetru la care $R_A \rightarrow 0$) sau dacă $R_x \cong R_0$, se obține $R_x \cong R_m$.

În toate celelalte cazuri dacă se ia $R_x = R_m$ se comite o eroare sistematică,

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_m - R_x}{R_x} = \frac{R_m - R_m + R_A \left(1 - \frac{R_m}{R_0}\right)}{R_x} = \frac{R_A}{R_x} \left(1 - \frac{R_m}{R_0}\right) \quad (4.38)$$

de unde rezultă că metoda este indicată pentru măsurarea *rezistențelor mari* ($R_x, R_0 \gg R_A$)

c) - Metoda substituției

Metoda substituției (vezi Fig. 4.13) necesită o rezistență etalon R_e , variabilă, și de același ordin de mărime cu rezistența de măsurat.

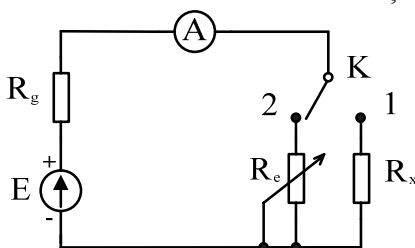


Fig. 4.13 Metoda substituției

Modul de procedură pentru efectuarea măsurării este:

Etapa I: K → poziția 1 - se notează indicația aparatului de măsură;

Etapa a II-a: K → poziția 2 - se reglează R_e pentru aceeași indicație.

Rezultă că valoarea rezistenței necunoscute va fi:

$$R_x = R_e \quad (4.39)$$

Precizia măsurării depinde de:

- eroarea de etalonare a R_e
- de stabilitatea tensiunii aplicate montajului,
- de erorile de citire la aparatul indicator,

dar nu depinde de eroarea de etalonare a acestui aparat.

d) - Metoda rezistenței adiționale variabilă.

Metoda, având schema din Figura 4.14, folosește o rezistență etalon R_e , de preferință

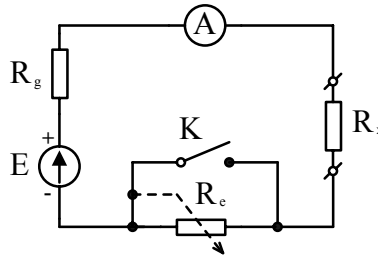


Fig. 4.14 Metoda rezistenței adiționale

Sucesiunea operațiilor pentru măsurarea rezistenței R_x este următoare:

1) - Dacă $R_g = 0$: Etapa I $K \rightarrow$ poziția închis - se notează indicația aparatului, I_1 ;

Etapa a II-a $K \rightarrow$ poziția deschis - se notează indicația aparatului, I_2 .

Folosind aceste rezultate, se poate scrie

$$R_x I_1 = (R_x + R_e) I_2 \Rightarrow R_x = \frac{R_e}{\frac{I_1}{I_2} - 1} \quad (4.40)$$

Dacă se dorește să se țină seama și de rezistența R_A a aparatului, atunci în relația de mai sus se înlocuiește $R_x \rightarrow R_x + R_A$ obținându-se

$$R_x = \frac{R_e}{\frac{I_1}{I_2} - 1} - R_A \quad (4.41)$$

În cazul când R_e este variabilă, se poate regla această rezistență în etapa a II-a până când $I_2 = I_1/2$, rezultând $R_x = R_e$ reglată.

2) - Dacă $R_g \neq 0$ operațiile de la punctul 1) se repetă de două ori: mai întâi fără R_x în circuit, rezultatele permițând determinarea rezistenței R_g și a doua oară cu R_x conectată, obținându-se $R_g + R_x$. Notând indicațiile aparatului ce corespund fiecărei etape astfel:

$$\left. \begin{array}{l} \text{fără } R_x \text{ și } R_e \rightarrow I_1 \\ \text{fără } R_x, \text{ cu } R_e \rightarrow I_2 \\ \text{cu } R_x, \text{ fără } R_e \rightarrow I_3 \\ \text{cu } R_x, \text{ și } R_e \rightarrow I_4 \end{array} \right\} \text{ atunci rezultă că } R_x = \frac{R_e}{\frac{I_3}{I_4} - 1} - \frac{R_e}{\frac{I_1}{I_2} - 1} \quad (4.42)$$

4.2.2 Ohmetre cu citire directă

Aceste aparate posedă următoarele particularități:

- *Măsoară direct* valoarea rezistenței;
- Sunt constituite dintr-o *sursă* și un *aparat indicator etalonat* în valori ale rezistenței. Condițiile ce trebuie îndeplinite de sursă sunt:

$$R_g = \text{ct}, E = \text{ct} \quad (4.43)$$

Pentru a compensa variația lui R_g (cazul bateriilor obișnuite pentru care R_g crește pe măsură ce sunt consumate) se utilizează o rezistență adițională care se reglează așa încât $R_g + R_a = \text{ct}$. De aceea, orice măsurare trebuie precedată de o *operație de verificarea a etalonării* într-un punct, care se realizează prin varierea rezistenței adiționale și care validează corectitudinea etalonării pe toata scara aparatului.

• După schema de principiu se deosebesc două tipuri: ohmetre *serie* și ohmetre *paralel*.

a) - Ohmetre serie

Schema de principiu a unui ohmetru serie este reprezentată în Figura 4.15.

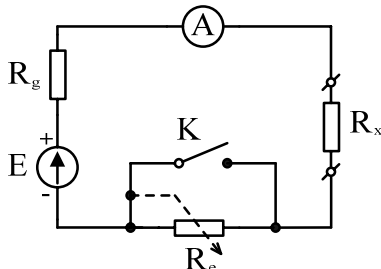


Fig. 4.15 Schema ohmetrului serie.

La ohmetrele serie, verificarea etalonării se face prin "*aducerea la zero*" adică se scurtcircuitază bornele de intrare A-B și se reglează R_a până când acul aparatului indică valoarea zero ce corespunde curentului la cap de scară, adică

$$I_{sc} = I_{CS} = \frac{E}{R_g + R_A + R_a} = \frac{E}{R_s} \quad (4.44)$$

unde s-a notat rezistența totală înseriată cu R_x prin

$$R_s \triangleq R_g + R_A + R_a \quad (4.45)$$

După conectarea rezistenței necunoscute R_x , curentul indicat de mA este

$$I = \frac{E}{R_x + (R_g + R_A + R_a)} = \frac{E}{R_x + R_s} = I_{CS} \frac{R_s}{R_x + R_s} \quad (4.46)$$

de unde rezultă că

$$R_x = R_s \left(\frac{I_{CS}}{I} - 1 \right) \quad (4.47)$$

Deci, dependența rezistenței R_x de curentul I este neliniară, ceea ce se observă ușor și din etalonarea scării corespunzătoare acestui ohmetru prezentată dată în Figura 4.16.

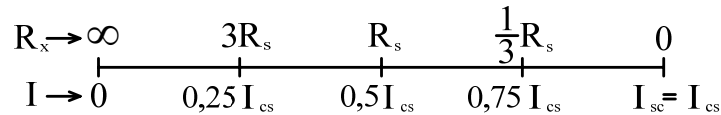


Fig. 4.16 Etalonarea scării la ohmetru serie.

Rezultă că o rezistență $R_x \ll R_s$ sau $R_x \gg R_s$ nu poate fi citită cu precizie pe o astfel de scară. De aceea, pentru a măsura rezistențe de ordine diferite se folosesc mai multe scări caracterizate de valori centrale $R_s = \frac{E}{I_{CS}}$ diferite, obținute prin modificarea sensibilității mA cu ajutorul unor șunturi (Fig. 4.17).

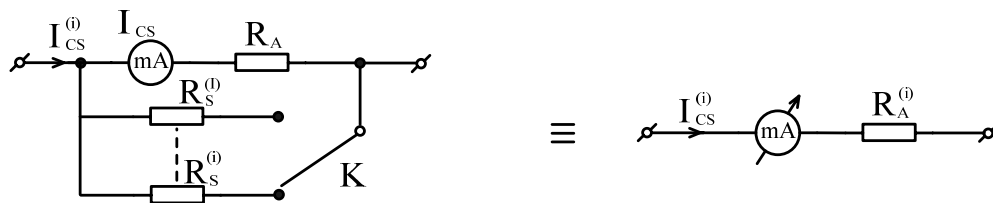


Fig. 4.17 Modificarea scărilor ohmetrului cu ajutorul simțurilor.

Instrumentele echivalente corespunzătoare acestor șunturi se caracterizează prin:

$$I_{CS}^{(i)} = I_{CS} \frac{R_s^{(i)} + R_A}{R_s^{(i)}} > I_{CS}, \quad R_A^{(i)} = \frac{R_A R_s^{(i)}}{R_A + R_s^{(i)}} \quad (4.48)$$

Deoarece valorile centrale $R_s^{(i)} = E / I_{CS}^{(i)}$ se modifică doar printr-un coeficient multiplicativ, nu mai este necesară o nouă etalonare la trecerea de pe o scară pe alta.

b) - Ohmetre paralel

Pentru aceste ohmetre a căror schemă de principiu este prezentată în Figura 4.18, operația inițială de verificare a etalonării se face prin ”aducerea la ∞ ”, adică se lasă bornele A-B în gol și se reglează R_a pentru indicație ∞ . Tensiunea la bornele voltmetrului în acest caz va fi

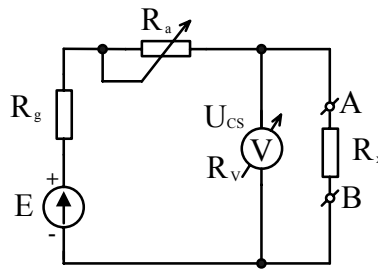


Fig. 4.18 Schema ohmetrului paralel

$$U_{\text{gol}} = U_{\text{CS}} = \frac{R_v E}{R_g + R_a + R_v} = \frac{R_v}{R_t} E \quad (4.49)$$

unde

$$R_t \triangleq R_g + R_a + R_v \quad (4.50)$$

Cu rezistența R_x conectată, se obține

$$U = \frac{R_v \parallel R_x}{R_g + R_a + R_v \parallel R_x} E \quad (4.51)$$

astfel că

$$\begin{aligned} \frac{U_{\text{CS}}}{U} &= \frac{R_v}{R_t} \left(\frac{R_g + R_a}{R_v \parallel R_x} + 1 \right) = \frac{R_v (R_g + R_a)}{R_t} \left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_x} \right) + \frac{R_v}{R_t} = \\ &= 1 + \frac{R_v (R_g + R_a)}{R_g + R_a + R_v} \cdot \frac{1}{R_x} = 1 + R_p \frac{1}{R_x} \end{aligned} \quad (4.52)$$

unde s-a notat cu

$$R_p \triangleq R_v \parallel (R_g + R_a) \quad (4.53)$$

rezistența totală ce este conectată în paralel cu R_x

Din relația (3.50) rezultă că

$$R_x = R_p \frac{1}{\left(\frac{U_{\text{CS}}}{U} - 1 \right)} = R_p \frac{1}{\left(\frac{I_{\text{CS}}}{I} - 1 \right)} \quad (4.54)$$

ceea ce arată că și pentru acest ohmetru dependența $R_x(U)$ sau $R_x(I)$ conduce la o scară neliniară, reprezentarea sa fiind dată în Figura 4.19.

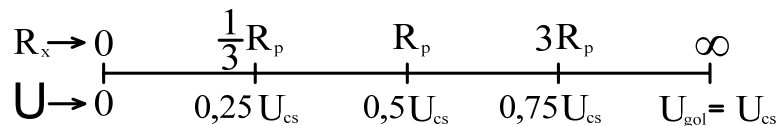


Fig. 4.19 Etalonarea scării la ohmetrul paralel.

Această variantă de ohmetru este mai puțin utilizată în practică decât cea serie, fiind convenabilă în special pentru măsurarea rezistențelor mici.

Observație

La ambele tipuri de ohmetre (serie și paralel), dacă valoarea sursei E variază, indicația devine imprecisă. De aceea, ohmetrele de precizie trebuie să conțină o sursă de tensiune reglabilă, soluție adoptată la ohmetrele electronice ce vor fi prezentate în cele ce urmează.

c) - Ohmetrele multimetrelor electronice analogice

Multimetrele electronice dispun de:

- VE de curent continuu cu impedanță de intrare foarte mare (zeci de $M\Omega$), și
 - de sursă de tensiune reglabilă,
- astfel că schema de principiu a ohmetrului cu mai multe scări este cea din Figura 4.20.

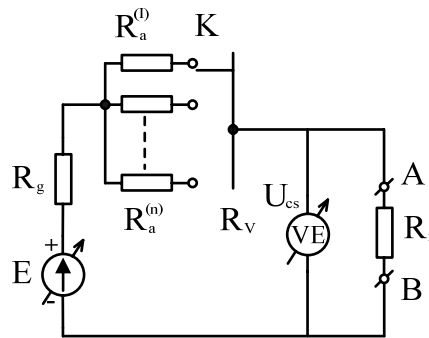


Fig. 4.20

Reglajul inițial se face variind E_p entru indicație U_{cs} .

Rezistența paralel este

$$R_p^{(i)} = R_v \parallel (R_a^{(i)} + R_g) \cong R_a^{(i)}, \quad i = \overline{1, n} \quad (4.55)$$

deoarece

$$\begin{cases} R_g \ll R_a^{(i)} \\ R_v \gg R_a^{(i)} \end{cases} \quad (4.56)$$

iar

$$R_x = R_p^{(i)} \frac{1}{\left(\frac{U_{cs}}{U} - 1\right)} \cong R_a^{(i)} \frac{1}{\left(\frac{U_{cs}}{U} - 1\right)} \quad (4.57)$$

În mod obișnuit, $R_a^{(i)}$ se aleg astfel:

$$R_a^{(1)}, \quad R_a^{(2)} = 10R_a^{(1)}, \dots, R_a^{(n)} = 10^{n-1} R_a^{(1)} \quad (4.58)$$

și ca urmare, față de valorile citite pe prima scară, cele citite pe următoarele trebuie multiplicare cu:

$$0, \quad 10^2, \dots, 10^{n-1} \quad (4.59)$$

d) - Ohmetrele multimetrelor electronice numerice

Pentru a folosi afișajul numeric al VE din multimetrele digitale, este necesară o conversie $R \rightarrow U$ liniară, ceea ce se poate realiza ușor, aplicând rezistorului de măsurat un curent constant. Pot fi concepute o multitudine de variante, din care se dau câteva exemple.

Varianta 1 - cu generator de curent realizat cu tranzistor

Schema este reprezentată în Figura 4.21.

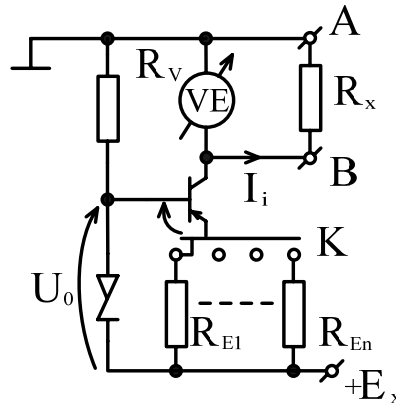


Fig. 4.21

Deoarece

$$R_v \gg R_x \quad (4.60)$$

rezultă

$$\left. \begin{aligned} U &= R_x I_i \\ I_i &= \frac{U_0 - |V_{BE}|}{R_{E_i}} = \text{ct.} \end{aligned} \right\} \text{adică } U \sim R_x \text{ (variație liniară)} \quad (4.61)$$

Rezistența la cap de scară pentru poziția i a comutatorului este

$$R_{CSi} = \frac{U_{CS}}{I_i} \text{ unde } U_{CS} \text{ este pentru VE} \quad (4.62)$$

Acest ohmetru se găsește în multimetru IEMI pentru care $U_{CS} = 2 \text{ V}$.

Varianta 2 - cu generator de curent realizat cu AO

Pentru schema acestui ohmetru prezentată în Figura 4.22, unde AO este presupus ideal, se poate scrie succesiv:

$$U_{ab} \cong 0 \quad (I_+ = I_- = 0)$$

$$U_{ac} = U_{bc} = -E$$

$$I_i = -\frac{U_{ac}}{R_a^{(i)}} = \frac{E}{R_a^{(i)}} = \text{ct.}$$

$$U = R_x I_i = R_x \frac{E}{R_a^{(i)}} \quad (4.63)$$

Deci $U \sim R_x$ (variație liniară), iar

$$R_{CSi} = R_a^{(i)} \frac{U_{CS}}{E} \quad (4.64)$$

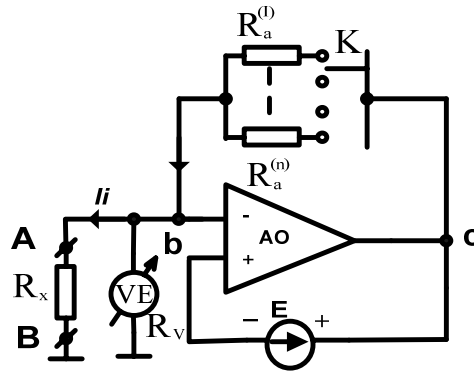


Fig. 4.22

Generatorul de tensiune E fără punct de masă se poate înlocui cu un generator de curent I_0 după modelul prezentat în schema din Figura 4.23, unde

$$E = R_0 I_0 \quad (4.65)$$

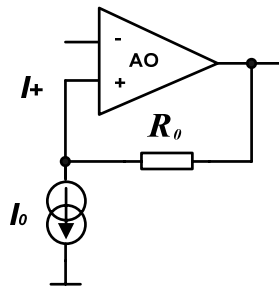


Fig. 4.23

Această variantă de ohmetru se găsește în multimetru M 501 - Tektronix.

Variantă 3 - R_x montată în bucla de reacție a AO

În acest caz, schema de principiu este cea dată în Figura 4.24, de unde rezultă că voltmetrului electronic i se aplică tensiunea,

$$U = R_x I_x = R_x I_0 = R_x \frac{E}{R_a^{(i)}} \quad (4.66)$$

cea ce arată că

$$U \sim R_x \text{ (variație liniară)} \quad (4.67)$$

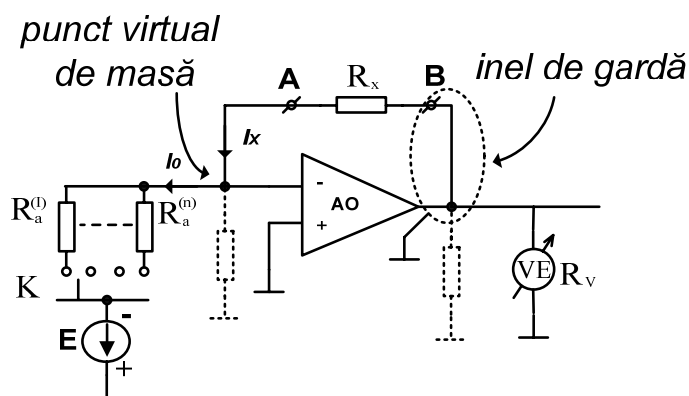


Fig. 4.24

Avantaj: Schema permite gardarea (adică plasarea unui inel de gardă metalic conectat la masă, în jurul unei borne a rezistenței R_x). În acest mod sunt evitate efectele rezistențelor parazite mari asupra măsurării.

4.2.3 Tehnici în măsurarea rezistențelor foarte mici și foarte mari

La metodele care folosesc legea lui Ohm,

$$R_m = \frac{U}{I} \quad (4.68)$$

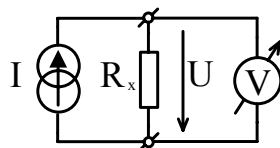


Fig. 4.25

măsurarea rezistenței R_x în conexiune dipolară (Fig. 4.25) poate fi afectată de o serie de impedențe parazite care pot fi grupate în:

- impedențe parazite serie ce au valoare mică, cum sunt rezistențele de contact, rezistențele și inductanțele conductorilor de legătură;
- impedențe parazite paralel, de valoare mare, cum sunt rezistențele de scăpări în dielectricul dintre borne, sau în cel al cablurilor, capacități parazite etc.

Aceste impedențe parazite nu afectează în mod semnificativ precizia măsurării rezistențelor de valori medii (zeci de ohm ÷ sute de kiloohmi), dar devin foarte supărătoare la măsurarea rezistențelor foarte mici sau foarte mari.

a) - Cazul rezistențelor foarte mici

La măsurarea acestor rezistențe trebuie avute în vedere impedanțele parazite serie.

Exemplu

La măsurarea rezistenței R_x în curent continuu (Fig. 4.26), bornele de conectare ale rezistorului la generator și la voltmetru prezintă rezistențele de contact puse în evidență în schema

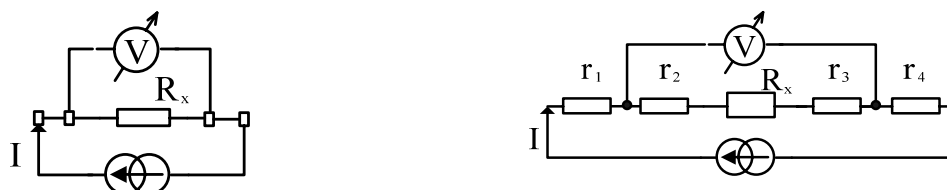


Fig. 4.26

echivalentă. Aceste rezistențe de valori de ordinul mQ sunt practic necontrolabile și depind de modul de strângere al bornelor. Rezistența măsurată va fi,

$$R_m = \frac{U}{I} = R_x + r_2 + r_3 \quad (\text{dacă } R_v \rightarrow \infty) \quad (4.69)$$

Dacă R_x este mică, erorile introduse devin semnificative și ele provin din cauză că r_2 și r_3 se află atât în circuitul de alimentare cât și în cel de măsură.

Pentru a elimina influența rezistenței de contact trebuie separată funcția *alimentare* de funcția *măsurare* disociind bornele respective. Se obține astfel rezistența cu patru borne (cuadripol), unde prizele de tensiune sunt realizate din două cuțite paralele (contacte Kelvin) care lasă în afară bornele de alimentare (Fig. 4.27).

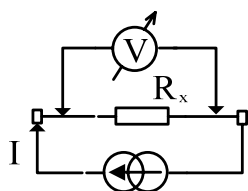


Fig. 4.27

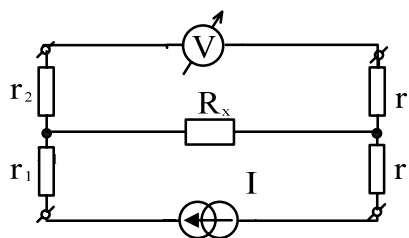


Fig. 4.28

Curentul I străbate bornele de curent și produce între bornele de măsurare o cădere de tensiune ce reprezintă strict căderea de tensiune de la bornele rezistenței R_x și nu mai înglobează căderile de tensiune pe rezistențele

de contact (r_2 și r_3 sene cu $R_v \rightarrow \infty$ și nu mai afectează măsurarea, așa după cum se poate constata, și din Figura 4.28).

Redesenând schema pentru punerea în evidență a cuadripolului (Fig. 4.29), rezultă

$$R_x = \frac{U_2}{I_1} \bigg|_{I_2=0} = R_{21} \quad (4.70)$$

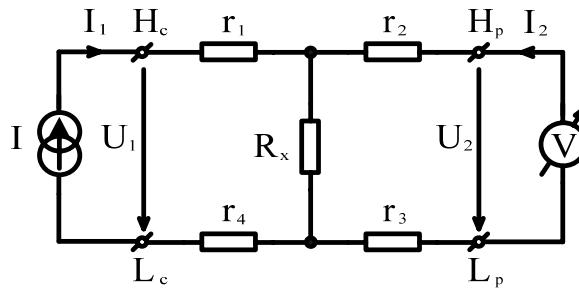


Fig. 4.29

adică rezistența măsurată este impedanța de transfer a cuadripolului cu ieșirea în gol, independentă de rezistențele parazite $r_1 \div r_4$ care pot include și rezistența firelor de legătură.

b) - Cazul rezistențelor foarte mari

În acest caz prezintă importanță impedanțele parazite paralele.

Exemplu

La măsurarea în curent continuu a rezistenței R_x foarte mare, între borne apare rezistența le scăpări R_s și rezultatele vor fi eronate (Fig. 4.30 a).

Efectul se diminuează prin *tehnica gardării*, adică se dispune în jurul uneia dintre borne un inel G metalic sau din același material izolant ca și cel din care este confecționat suportul bornelor (Fig. 4.30 b).



Fig. 4.30

Rezistența R_s este înlocuită prin R_{sA} și R_{sB} , adică dipolul este înlocuit cu un tripol (Fig. 4.31 a).

Dacă se realizează schema de măsurare (fig. 3-31 b) astfel încât rezistențele R_{sA} și R_{sB} de valori mari să apară în paralel cu rezistențe mici, efectul lor devine neglijabil.

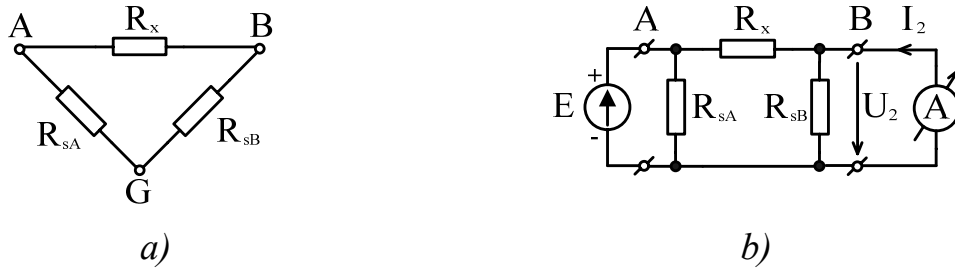


Fig. 4.31

La măsurarea rezistenței R_x rezultă

$$\frac{1}{R_x} = - \frac{I_2}{U_1} \bigg|_{U_2=0} = G_{21} \quad (4.71)$$

adică conductanța căutată este conductanța de transfer a cuadripolului cu ieșirea în scurt.

• Sensibilitatea punții

Condiția de echilibru poate fi satisfăcută pentru o înfinitate de valori ale rezistențelor. Se pune problema alegerii acelor valori încât puntea să fie cât mai sensibilă, adică să pună în evidență variații cât mai mici ale rezistențelor față de valoarea de la echilibru. Se definește *sensibilitatea* mată a punții,

$$S = \frac{\Delta U_d / E}{\Delta R_4 / R_4} \quad (4.72)$$

adică raportul dintre variația tensiunii de dezechilibru normată la tensiunea aplicată, și variația relativă a rezistenței care a determinat dezechilibrul.

Pentru simplitatea calculului, determinarea sensibilității se va face în condițiile:

$$R_g = 0 \quad R_d \rightarrow \infty \quad (4.73)$$

care sunt foarte apropiate de cele reale pentru o sursă bună și un V cu R_i foarte mare utilizat ca detector.

În aceste ipoteze rezultă $I_d = 0$ și

$$U_d = U_{32} - U_{42} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E - \frac{R_3}{R_3 + R_4} E = E \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \quad (4.74)$$

$$\Delta U_d = E \frac{R_3}{(R_3 + R_4)^2} \Delta R_4 = E \frac{\frac{R_3}{R_4}}{\left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right)^2} \cdot \frac{\Delta R_4}{R_4} \quad (4.75)$$

Notând raportului $\frac{R_3}{R_4} \triangleq A$ rezultă

$$S = \frac{A}{(1+A)^2} \quad (4.76)$$

Funcția $S = f(A)$ este maximă pentru

$$\frac{dS}{dA} = \frac{1}{(1+A)^2} - \frac{2A}{(1+A)^3} = \frac{1-A}{(1+A)^3} = 0 \quad (4.77)$$

adică rezultă un maxim pentru $A=1$ și $S_{\max} = \frac{1}{4}$

Variația sensibilității S cu A este reprezentată în Figura 4.33.

Sensibilitatea interesează în jurul poziției de echilibru, adică pentru

$$R_4 = \underbrace{R_{40}}_{\text{valoarea de la echilibru}} + \Delta R_4 \quad \text{cu} \quad \Delta R_4 \ll R_{40} \quad (4.78)$$

și

$$U_d = 0 + \Delta U_d = \Delta U_d \text{ (variază în jurul lui zero)} \quad (4.79)$$

astfel că

$$S_0 = \frac{\frac{U_d}{E}}{\frac{\Delta R_4}{R_{40}}} = \frac{A}{(1+A)^2} \quad (4.80)$$

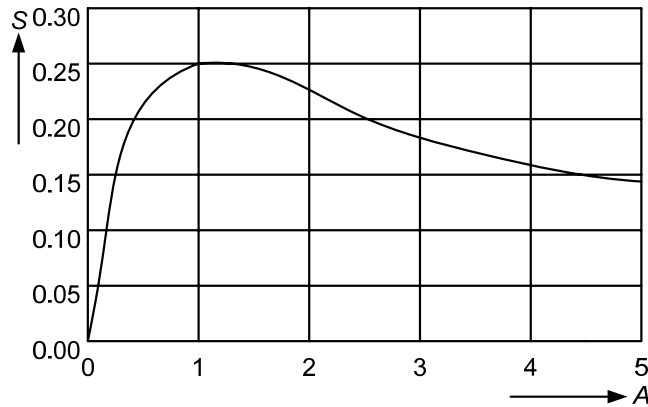


Fig. 4.33

Observații

- În definiția sensibilității, ΔU_d este normat la E și nu la U_d cum ar trebui, deoarece 1. echilibru $U_d = 0$.

- Expresia sensibilității nu se modifică dacă se înlocuiește $A \rightarrow 1/A$ adică este indiferen cum se raportează rezistențele alăturate detectorului pentru obținerea lui A (fie R_3/R_4 fie R_4/R_3).

- Condiția de sensibilitate maximă ($A = 1$) cere ca rezistențele din

brațele alăturat detectorului să fie egale două .câte două. Această condiție are mai mult o importanță teoretică deoarece în practică este necesară realizarea unor scări decadice.

• Tensiunea de dezechilibru $U_d = ES_0 \frac{\Delta R_4}{R_{40}}$ este cu atât mai mare pentru un raport $\frac{\Delta R_4}{R_{40}} = \delta$ (numit și factor de dereglaj) cu cât:

- E este mai mare, dar limitat la valoarea la care rezistențele se încălzesc modificându-și valoarea;
- S_0 este mai mare, dar limitat la 1/4 după cum s-a demonstrat.
- Orice indicator de nul are un prag de sensibilitate $U_{\min}$ sub care tensiunea de dezechilibru nu mai poate fi pusă în evidență (Fig. 4.34).

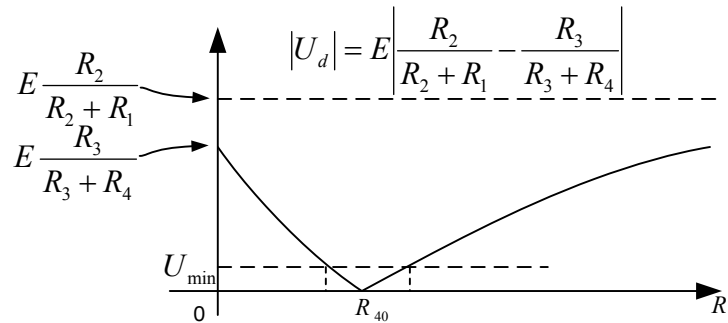


Fig.3.34

Pentru $|U_d| < U_{\min}$ rezultă o eroare de măsură numită eroare de prag de sensibilitate ε_{ps}

Înlocuind pe U_d în inegalitatea de mai sus se obține

$$S_0 E \frac{|\Delta R_4|}{R_{40}} < U_{\min} \text{ sau } \frac{|\Delta R_4|}{R_{40}} < \frac{U_{\min}}{S_0 E} \quad (4.81)$$

de unde se deduce în situația cea mai defavorabilă că

$$\varepsilon_{ps} = \frac{U_{\min}}{S_0 E} \quad (4.82)$$

adică ε_{ps} scade când S_0 și E cresc.

• Dacă se ține seama de R_g și R_d , calculul conduce la o expresie mai complicată pentru S , iar aceste rezistențe reduc sensibilitatea punții (vezi bibliografia).

Puntea Wheatstone are numeroase aplicații în practică atât pentru a măsura rezistențe între $1\Omega \div 1M\Omega$ dar și mărimi neelectrice.

b) -Punți pentru măsurarea rezistențelor foarte mici

După cum s-a arătat în paragraful 4.2.3, pentru măsurarea rezistențelor foarte mici este necesară conexiunea cuadripolară. Puntea ce permite utilizarea acestei conexiuni este puntea dublă Thomson.

Rezistența de măsurat R_x în conexiune cuadripolară este introdusă într-o punte Wheatstone și comparată cu rezistența R_e având aceeași mărime (pentru ca puntea să aibă sensibilitatea cât mai bună) și conectată similar (fig.3.35).

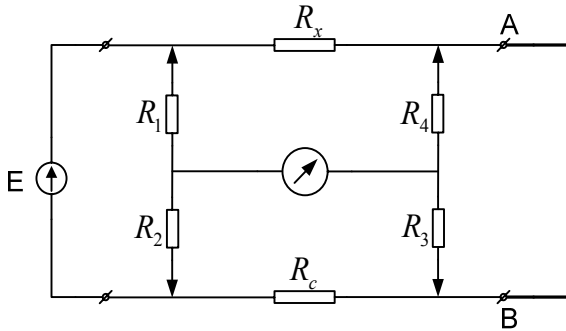


Fig. 4.35

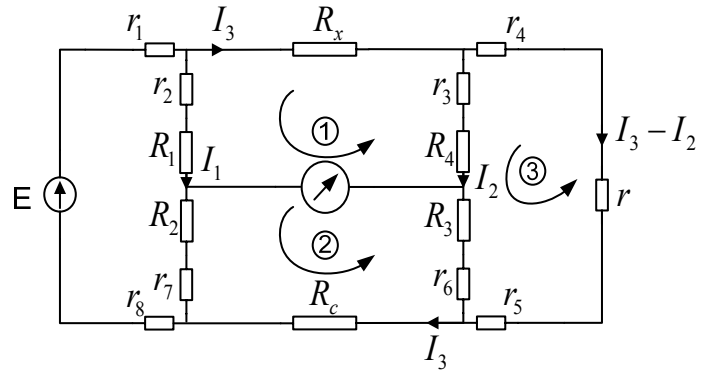


Fig. 4.36

Schema echivalentă din figura 4.36 în care s-au reprezentat rezistențele de contact r_i și rezistența r a firului AB, are forma punții duble Thomson.

Pentru a deduce condiția de echilibru a punții duble, se vor scrie ecuațiile Kirchhoff pentru cele trei ochiuri în ipoteza că puntea este la echilibru ($I_d = 0$, $U_d = 0$) și neglijând rezistențele r_i foarte mici în raport cu R_k de valori normale ($r_i \ll R_k$) se obține,

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & R_1 I_1 - R_4 I_2 - R_x I_3 = 0 \\ \textcircled{2} \quad & R_2 I_1 - R_3 I_2 - R_e I_3 = 0 \\ \textcircled{3} \quad & (R_3 + R_4) I_2 - r_t I_3 = 0, r_t = r + r_4 + r_5 \end{aligned} \quad (4.83)$$

Ca acest sistem omogen să aibă soluție $\neq 0$, este necesar ca

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_1 & -R_4 & -R_x \\ R_2 & -R_3 & -R_e \\ 0 & R_3 + R_4 & -r_t \end{vmatrix} = 0 \quad (4.84)$$

de unde se obține dezvoltând după ultima coloană, condiția de echilibru

$$-R_x R_2 (R_3 + R_4) + R_e R_1 (R_3 + R_4) - r_t (R_2 R_4 - R_1 R_3) = 0 \quad (4.85)$$

sau

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_e - r_t \frac{R_2 R_4 - R_1 R_3}{R_2 (R_3 + R_4)} = \frac{R_1}{R_2} R_e - \underbrace{\rho}_{\text{termen de corectie}} \quad (4.86)$$

Ca rezultatul măsurării să nu depindă de ρ și pentru ușurința echilibrării punții, se alege

$$\rho = 0 \Rightarrow R_1 R_3 = R_2 R_4 \text{ sau } r = 0 \quad (4.87)$$

Prima condiție poate fi realizată prin construcție luând rezistențele R_1 și R_4 identice și reglabile prin cursor comun, iar R_2 și R_3 identice și reglabile în decade (vezi Fig. 4.37).

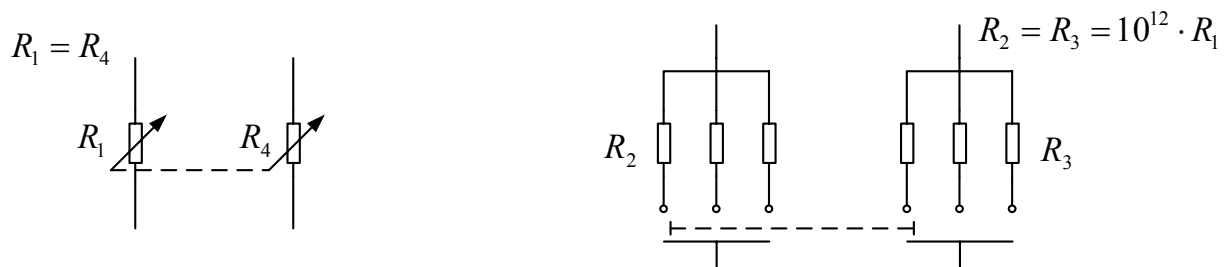


Fig. 4.37

A doua condiție se obține utilizând un conductor cu secțiune mare și lungime mică care determină o rezistență foarte mică.

Pentru $p = 0$, condiția de echilibru este

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_e \quad (4.88)$$

Cu puntea Thomson se pot măsura rezistențe cu valori între $10^{-6} \Omega \div 1 \Omega$ cu erori sub 0,1%.

c) - Punți pentru măsurarea rezistențelor foarte mari

S-a arătat în paragraful 4.2.3 că pentru măsurarea rezistențelor foarte mari este necesar conexiunea tripolară.

Dar analizând condiția de echilibru a punții Wheatstone,

$$R_x = R_e \frac{R_1}{R_2} \quad (4.89)$$

pentru R_x foarte mare rezultă:

- fie necesitatea unei R_e foarte mare care este practic imposibil de realizat cu precizie acceptabilă;
- fie necesitatea ca $A = \frac{R_1}{R_2} \gg 1$, care conduce la o

sensibilitate foarte scăzută.

Eliminarea acestor dificultăți se face utilizând schema din Figura 4.38 unde se obține o rezistență R_x echivalentă de valoare mare utilizând rezistoare de valori normale.

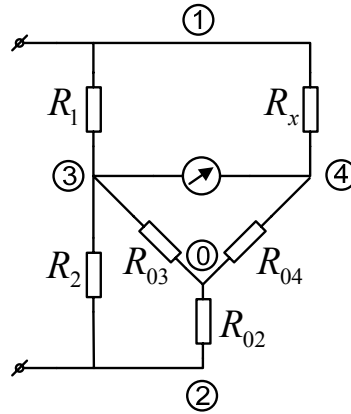


Fig. 4.38

Transformând $Y \rightarrow \Delta$ rezultă:

$$R_{23} = R_{03} + R_{02} + \frac{R_{02} \cdot R_{03}}{R_{04}} \quad \text{care apare în paralel cu } R_2 \Rightarrow R'_2 = R_2 \parallel R_{23}$$

$$R_{34} = R_{03} + R_{04} + \frac{R_{03} \cdot R_{04}}{R_{02}} \quad \text{care apare în paralel pe detector și nu influențează echilibrul}$$

$$R_{42} = R_{04} + R_{02} + \frac{R_{04} \cdot R_{02}}{R_{03}} = R_{04} + R_{02} \left(1 + \frac{R_{02}}{R_{03}} \right) = R_3 \quad \text{care va fi foarte mare}$$

pentru $\frac{R_{02}}{R_{03}} \gg 1$

În acest caz, condiția de echilibru devine,

$$R_x = R_{42} \frac{R_1}{R'_2} \quad (4.90)$$

De asemenea, pentru a nu limita sensibilitatea punții în cazul rezistențelor R_x foarte mari, o altă necesitate este ca detectorul de zero să aibă R_d foarte mare.

Puntea care permite măsurarea rezistențelor în conexiune tripolară este puntea Wagner (Fig. 4.39).

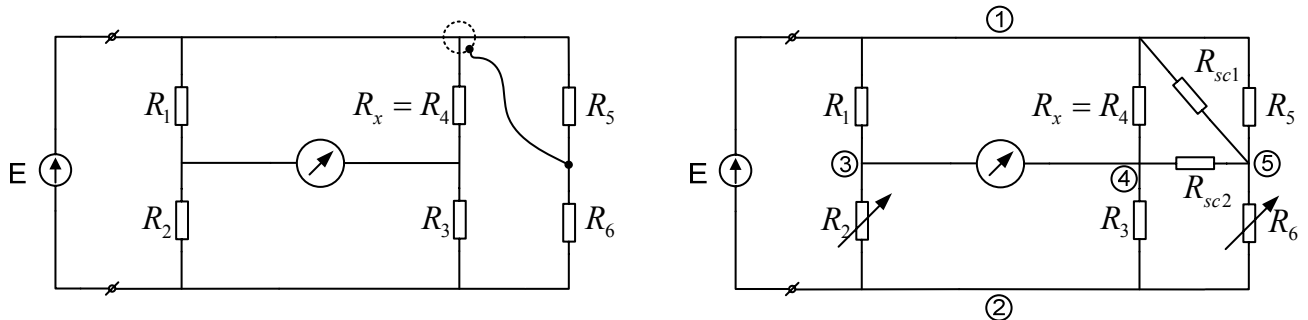


Fig. 4.39

Prin gardarea uneia din bornele la care se leagă R_x foarte mare, rezistența de scăpări dintre borne acestei rezistențe este divizată în R_{sc1} și R_{sc2} . Pentru ca aceste rezistențe să nu afecteze măsurarea lui R_{xi} echilibru se face în două etape:

I - cu detectorul de nul între punctele 4-5 se echilibrează puntea $R_x, R_3, R_6, R_5 \parallel R_{sc1}$ și se obține: $U_{45} = 0, I_{45} = 0$;

II - cu detectorul de nul între punctele 3-4 se echilibrează puntea propriu-zisă variind R_1 sau R_2 (nu R_3 pentru că se strică echilibru de la etapa I). Rezistențele parazite nu afectează măsurarea deoarece R_{sc1} nu aparține acestei punți, iar R_{sc2} nu contează ($U_{45} = 0$).

4.3 Măsurarea impedanțelor

Se știe ca forma unei impedanțe este

$$Z_x = R_x + jX_x = |Z_x| e^{j\varphi_{Z_x}} \quad (4.91)$$

și măsurarea impune determinarea a două mărimi reale (R_x, X_x) sau ($|Z_x|, \varphi_{Z_x}$).

Măsurarea impedanțelor se poate face prin:

- metode care folosesc legea lui Ohm;
- metode de zero;
- metode de rezonanță,

în cazul când se utilizează legea lui Ohm (vezi Fig. 4.40), dacă se alege curentul aplicat impedanței ca origine de fază, atunci

$$Z_x = \frac{\Re \underline{U}}{I} + j \frac{\Im \underline{U}}{I} \quad (4.92)$$

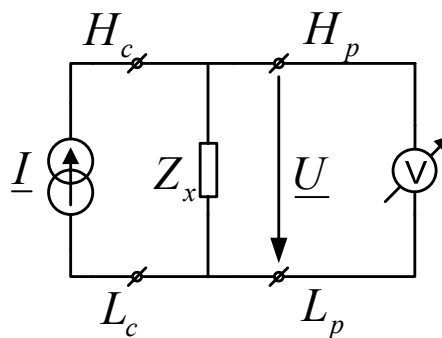


Fig 3.40

Relația arată că impedanța poate fi măsurată indirect măsurând tensiunea pe rezistență cu ajutorul unui voltmetru vectorial. Acest voltmetru este capabil să măsoare cele două componente ale tensiunii: componenta în fază și componenta în cuadratură.

Deci, problema măsurării impedanței Z_x se reduce la problema măsurării unei tensiuni complexe (se va studia la capitolul respectiv).

4.3.1 Măsurarea impedanțelor prin metode de zero

Metodele de zero în curent alternativ sunt mult utilizate în tehnica măsurărilor electrice și electronice deoarece au sensibilități ridicate și posibilități multiple (se utilizează nu numai la măsurarea impedanței, dar și a frecvenței, puterilor etc, și se pretează ușor la operația de automatizare).

a) - Punți de curent alternativ

Schema este reprezentată în Figura 4.41.

Structura este asemănătoare cu punții de curent continuu, dar generatorul și detectorul trebuie să fie de tensiuni alternative.

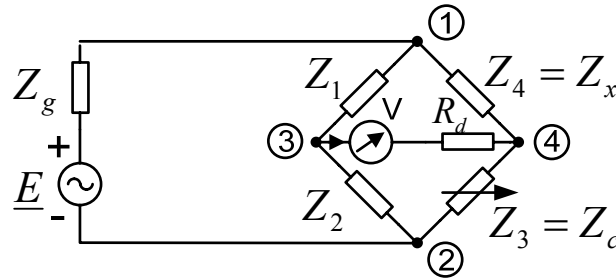


Fig 3.41

• Condiția de echilibru

Procedând în mod asemănător ca la puntea de curent continuu, se obține fără dificultate condiția de echilibru a acestei punți, care este

$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4 \quad (4.93)$$

și observațiile prezentate la puntea Wheatstone rămân valabile.

Dar această condiție este o relație complexă care conduce la două relații reale.

Dacă

$$Z_i = R_i + jX_i = |Z_i| e^{j\varphi_{Z_i}}, \quad i = \overline{1, 4} \quad (4.94)$$

se obține din egalarea părților reale și a celor imaginare alte forme ale condiției de echilibru echivalente și anume:

$$\begin{cases} R_1 R_3 - X_1 X_3 = R_2 R_4 - X_2 X_4 \\ R_1 R_3 + X_1 X_3 = R_2 X_4 + X_2 R_4 \end{cases} \quad (4.95)$$

sau

$$\begin{cases} |Z_1| |Z_3| = |Z_2| |Z_4| \\ \varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4 \end{cases} \quad (4.96)$$

Aceste forme arată că pentru a obține echilibrul trebuie satisfăcute două relații reale, și ca urmare vor fi necesare *două elemente de reglaj*. Dar alegerea acestor elemente *nu* poate fi făcută oricum.

Din studiul convergenței echilibrului la punțile de curent alternativ rezultă care anume elemente trebuie să fie variabile pentru ca puntea să poată fi adusă la echilibru.

Indicație - Convergența se găsește în MEE - de Edmond Nicolau și Mariana Beliş (Editura Didactică și Pedagogică - 1972 pag. 69 ÷ 71).

Pentru ușurință în efectuarea operației de măsurare, la alegerea structurii unei punți este indicat să se țină seama de următoarele precizări

1) - Nu este necesar ca toate brațele punții să fie complexe. Două trebuie să fie complexe, brațul *ce conține impedanța de măsurat* și un altul numit *de referință*. Celelalte două numite *brațe auxiliare* pot conține fie numai rezistențe, fie numai reactanțe, fie unul conține p rezistență și celălalt o reactanță.

2) - Structura brațelor punții trebuie astfel aleasă încât relațiile de echilibru să nu depindă de frecvență, evitându-se în acest mod erorile ce s-ar datora acestei mărimi.

3) - Este util ca cele două mărimi ale impedanței necunoscute determinate din condițiile de echilibru să depindă fiecare doar de câte un element reglabil, deoarece în acest caz fiecare din aceste elemente reglabile se poate etalona în valori ale unuia din elementele necunoscute.

4) - Nu trebuie folosite bobine variabile deoarece erorile sunt mari din cauza elementelor parazite importante și a preciziei de reglaj reduse.

• *Clasificarea punților de curent alternativ*

Clasificarea punților se poate face după mai multe criterii.

A. După poziția brațelor auxiliare se disting:

1. Punți cu *brațe auxiliare alăturate* numite *punți de raport*

Condiția de echilibru este

$$Z_4 = \frac{Z_1}{Z_2} Z_3 \quad (4.97)$$

Dacă $Z_4 = Z_x$, $Z_3 = Z_r$ atunci brațele auxiliare sunt Z_1 și Z_2 al căror raport *poate fi* real sau imaginar (nu este obligatoriu, bineînțeles).

Cazuri:

①	$Z_1 = R_1$	$Z_2 = R_2$	$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{R_1}{R_2} \in \mathbb{R}$	
②	$Z_1 = jX_1$	$Z_2 = jX_2$	$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{X_1}{X_2} \in \mathbb{R}$	
③	$Z_1 = R_1$	$Z_2 = jX_2$	$\frac{Z_1}{Z_2} = -j \frac{R_1}{X_2} \in \mathbf{I}$	(4.98)
④	$Z_1 = jX_1$	$Z_2 = R_2$	$\frac{Z_1}{Z_2} = j \frac{X_1}{R_2} \in \mathbf{I}$	

Din condiția de echilibru se obține pentru fiecare caz:

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad Z_x &= \frac{R_1}{R_2} Z_r \Rightarrow \frac{X_x}{X_r} = \frac{R_1}{R_2} > 0 \quad (X_x, X_r \text{ de aceeași natură}) \\
 \textcircled{2} \quad Z_x &= \frac{X_1}{X_2} Z_r \Rightarrow \begin{cases} \frac{X_1}{X_2} = \frac{R_x}{R_r} > 0 & (X_1, X_2 \text{ de aceeași natură}) \\ \frac{X_x}{X_r} = \frac{X_1}{X_2} > 0 & (X_x, X_r \text{ de aceeași natură}) \end{cases} \\
 \textcircled{3} \quad Z_x &= \frac{R_1}{jX_2} Z_r \Rightarrow \begin{cases} \frac{X_r}{X_2} = \frac{R_x}{R_1} > 0 & (X_r, X_2 \text{ de aceeași natură}) \\ -X_x X_2 = R_1 R_r > 0 & (X_x, X_2 \text{ de natură diferită}) \end{cases} \quad (4.99) \\
 \textcircled{4} \quad Z_x &= \frac{jX_1}{R_2} Z_r \Rightarrow \begin{cases} -X_1 X_r = R_x R_2 > 0 & (X_r, X_1 \text{ de natură diferită}) \\ \frac{X_x}{X_1} = \frac{R_r}{R_2} > 0 & (X_x, X_1 \text{ de aceeași natură}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Concluzii

Punțile de raport real măsoară impedanțe Z_x de aceeași natură cu Z_r , iar când brațele auxiliare sunt pur imaginare, și reactanțele acestor brațe trebuie să fie de aceeași natură între ele (exemple sunt prezentate în Figura 4.42 a și b)

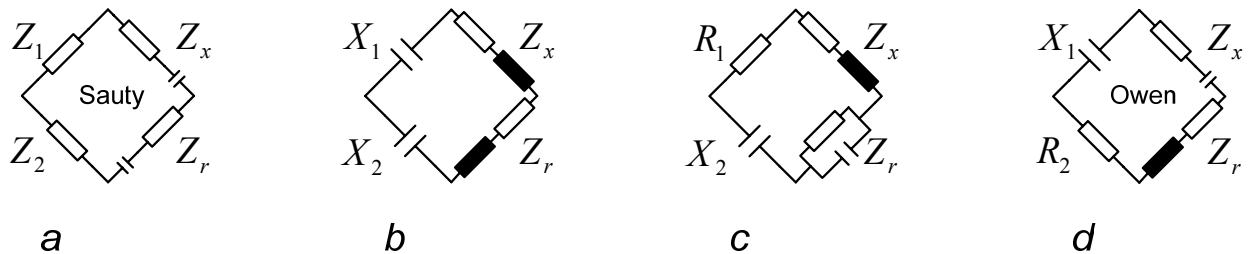


Fig. 4.42

Punțile de raport imaginar măsoară impedanțe Z_x de natură diferită de Z_r , iar reactanță auxiliară trebuie să fie de aceeași natură cu Z_r dacă ele sunt în brațe vecine (cazuri din figura: 3.42 c) sau de natură diferită dacă sunt în brațe opuse (cazul din Figura 4.42 d)

2. Punți cu brațe auxiliare opuse numite punți de produs

Condiția de echilibru este,

$$Z_4 = \frac{Z_1}{Z_2} Z_3 = Z_1 Z_3 \frac{1}{Z_2} \quad (4.100)$$

Dacă $Z_4 = Z_x$, $Z_2 = Z_r$ atunci brațele auxiliare sunt Z_1 și Z_3 și produsul lor poate fi real sau imaginar.

Cazuri:

- | | | | | |
|---|--------------|--------------|---|----------------------------|
| ① | $Z_1 = R_1$ | $Z_3 = R_3$ | $\Rightarrow Z_1 Z_3 = R_1 R_3 \in \mathbb{R}$ | } punți de produs real |
| ② | $Z_1 = jX_1$ | $Z_3 = jX_3$ | $\Rightarrow Z_1 Z_3 = -X_1 X_3 \in \mathbb{R}$ | |
| ③ | $Z_1 = R_1$ | $Z_3 = jX_3$ | $\Rightarrow Z_1 Z_3 = jR_1 X_3 \in \mathbf{I}$ | } punți de produs imaginar |
| ④ | $Z_1 = jX_1$ | $Z_3 = R_3$ | $\Rightarrow Z_1 Z_3 = jX_1 R_3 \in \mathbf{I}$ | |

Din condiția de echilibru se obține pentru fiecare caz:

- ① $Z_x = R_1 R_3 Y_r \Rightarrow \frac{X_x}{B_r} = R_1 R_3 > 0$ (X_x, X_r de natură diferită)
- ② $Z_x = -X_1 X_3 Y_r \Rightarrow \begin{cases} -X_1 X_3 = \frac{R_x}{G_r} > 0 & (X_1, X_3 \text{ de natură diferită}) \\ \frac{X_x}{B_r} = -X_1 X_3 > 0 & (X_x, X_r \text{ de natură diferită}) \end{cases}$
- ③ $Z_x = jR_1 X_3 Y_r \Rightarrow \begin{cases} -X_3 B_r = \frac{R_x}{R_1} > 0 & (X_r, X_3 \text{ de aceeași natură}) \\ \frac{X_x}{X_3} = R_1 G_r > 0 & (X_x, X_3 \text{ de aceeași natură}) \end{cases}$
- ④ $Z_x = jX_1 R_3 Y_r \Rightarrow \begin{cases} -X_1 B_r = \frac{R_x}{R_3} > 0 & (X_r, X_1 \text{ de aceeași natură}) \\ \frac{X_x}{X_1} = R_3 G_r > 0 & (X_{xy}, X_1 \text{ de aceeași natură}) \end{cases}$

Concluzii

Punțile de produs real măsoară impedanțe Z_x de natură diferită de Z_r , iar când brațele auxiliare sunt pur imaginare, și reactanțele acestor brațe trebuie să fie de natură diferită între ele [exemple sunt prezentate în. Figura 4.43 a și b)

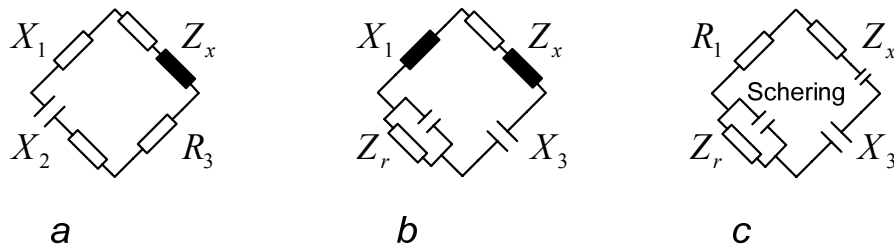


Fig. 4.43

Punțile de produs imaginar măsoară impedanțe Z_x de aceeași natură cu Z_r și cu reactanța auxiliară (vezi Fig. 4.43 c).

B. După modul de reprezentare al impedanței măsurate există:

1) *Punți serie* la care impedanța Z_x se conectează sub forma unui *reactor disipativ serie* (fig. 4.44) și se măsoară

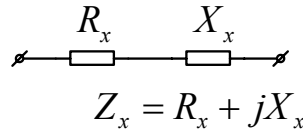


Fig. 4.44

Pentru a obține relații de calcul mai simple pentru R_x , X_x :

- dacă puntea este de raport (se ia cazul rezistiv),

$$Z_x = R_x + jX_x = \frac{R_1}{R_2} Z_r, \quad (4.101)$$

este necesar ca impedanța de referință să fie de forma $Z_r = R_r + jX_r$, adică de structura serie;

- dacă puntea este de produs (de exemplu, produs rezistiv),

$$Z_x = R_x + jX_x = R_1 R_3 Y_r, \quad (4.102)$$

este necesar ca impedanța de referință să se aleagă de forma

$$Z_r = \frac{1}{Y_r} = \frac{1}{G_r + jB_r}, \text{ adică de structura derivație.}$$

Deci, puntea serie se poate obține dintr-o punte de raport cu Z_r serie sau din una de produs cu Z_r derivație.

2) – *Punți derivație* la care Z_x se conectează sub forma unui *reactor disipativ derivație* (fig 3.45) și se măsoară G_x și B_x :

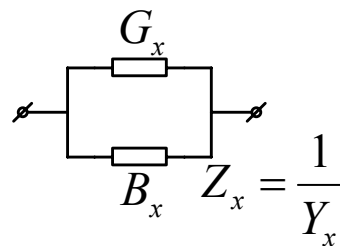


Fig. 4.45

Repetând raționamentul de la puntea serie, rezulta ca puntea derivație se poate obține:

- fie dintr-o punte de raport la care elementul de referință este și el de structura derivație,

$$Z_r = \frac{1}{Y_r} = \frac{1}{G_r + jB_r}, \quad (4.103)$$

și

$$Y_x = \frac{R_2}{R_1} Y_r \text{ sau } G_x + jB_x = \frac{R_2}{R_1} (G_r + jB_r) \quad (4.104)$$

- fie dintr-o punte de produs la care elementul de referință este serie,

$$Z_r = R_r + jX_r \quad (4.105)$$

și

$$Z_x = R_1 R_3 Y_r \text{ sau } G_x + jB_x = G_1 G_2 (R_r + jX_r) \quad (4.106)$$

C. După poziția elementelor reglabile, punțile sunt:

1) Punți cu *ambele elemente reglabile în brațele de referință*

Acestea pot fi etalonate în valori ale rezistenței și reactanței, sau conductanței și susceptanței, pentru a măsura direct mărimile impedanței necunoscute (braț referință = braț etalon).

2) Punți cu *elemente reglabile în brațe diferite*, dar nu în cel al impedanței Z_x

Unul din elemente poate fi etalonat direct în valori ale lui Q_x sau $D_x = \frac{1}{Q_x}$.

3) Punți cu elemente etalon în același braț cu Z_x

- **Sensibilitate punților de curent alternativ**

Sensibilitatea punților de c.a. se definește asemănător ca la punțile de c.c.:

$$S = \frac{\Delta U_d / E}{\Delta Z_4 / Z_4} \quad (4.107)$$

cu deosebirea ca S va fi o mărime complexă de această dată.

Pentru cazul $Z_g = 0$, $Z_d \rightarrow \infty$, procedând identic ca la punțile de curent continuu se obține:

$$S_0 = \frac{A}{(1+A)^2} \text{ cu } A \triangleq \frac{Z_3}{Z_4} \text{ (deci și } A \text{ este mărime complexa)} \quad (4.108)$$

Senzitivitatea în jurul poziției de echilibru se analizează și ea la fel, adică pentru

$$\begin{aligned} Z_4 &= Z_{40} + \Delta Z_4 \text{ cu } |\Delta Z_4| = |Z_4| \\ Z_1 Z_3 &= Z_2 Z_{40} \end{aligned} \quad (4.109)$$

se obține

$$A \triangleq \frac{Z_3}{Z_{40}} = \frac{Z_2}{Z_1} \text{ și } S_0 = \frac{U_d / E}{\Delta Z_4 / Z_{40}} = \frac{A}{(1+A)^2} \quad (4.110)$$

Deci expresiile obținute sunt aceleași cu cele de la punți de curent continuu numai că mărimile sunt cantități complexe.

Dacă

$$A = |A|e^{j\varphi_A} = \left| \frac{Z_2}{Z_1} \right| e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (4.111)$$

rezultă

$$|A| = \left| \frac{Z_2}{Z_1} \right| \quad \text{și} \quad \varphi_A = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (4.112)$$

Pentru sensibilitatea $S = |S|e^{j\varphi_S}$ interesează numai modulul deoarece indicatorul de nul : în general insensibil la fază și se obține,

$$|S| = \frac{|A|}{|(1+A)|^2} = \frac{|A|}{1 + 2|A|\cos\varphi_A + |A|^2} \quad (4.113)$$

Maximizarea sensibilității, mai întâi după $|A|$ va fi pentru

$$\frac{d|S|}{d|A|} = \frac{1 + 2|A|\cos\varphi_A + |A|^2 - 2|A|\cos\varphi_A - 2|A|^2}{(1 + 2|A|\cos\varphi_A + |A|^2)^2} = 0 \quad (4.114)$$

adică pentru $|A| = 1$, rezultând $|S|_{\max} = \frac{1}{2(1 + \cos\varphi_A)}$.

Maximizarea după φ_A se obține pentru $\varphi_A \rightarrow \pm\pi$ când $|S| \rightarrow \infty$, adică pentru $\varphi_2 - \varphi_1 \rightarrow \pm\pi$ ceea ce înseamnă că impedanțele Z_1 și Z_2 trebuie să fie pur reactive și de natură diferită (Fig. 4.46), condiție ce trebuie realizată și de Z_3 și Z_{40} deoarece

$$A = \frac{Z_3}{Z_{40}} = \frac{Z_2}{Z_1} \Rightarrow \varphi_3 - \varphi_{40} = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (4.115)$$

Dar în practică nu există reactanțe pure, adică bobine și condensatoare ideale, și situația nu corespunde unor cazuri reale ($|S| \rightarrow \infty$).

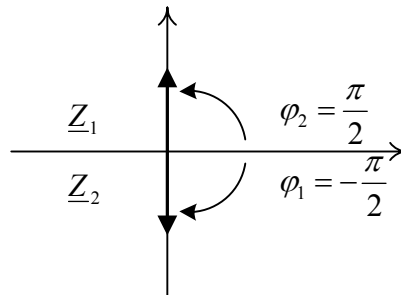


Fig. 4.46

În situațiile cele mai întâlnite cum sunt:

- punțile de raport real rezistiv: $\varphi = 0 \Rightarrow |S|_{\max} = \frac{1}{4}$
- punțile de raport imaginar: $\varphi = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow |S|_{\max} = \frac{1}{2}$

b) – Punți pentru măsurarea condensatoarelor

Condensatoarele se măsoară practic numai în funcție de capacități și rezistente.

1) Puntea Sauty

Schema punții Sauty este reprezentată în Figura 4.48

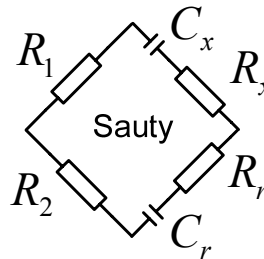


Fig. 4.48

Este o punte de raport rezistiv serie.

Scriind condiția de echilibru

$$R_x + \frac{1}{j\omega C_x} = \frac{R_1}{R_2} \left(R_r + \frac{1}{j\omega C_r} \right) \quad (4.116)$$

rezulta

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_r, \quad C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r \quad (4.117)$$

Se observă că relațiile de echilibru sunt independente de frecvență, deci frecvența generatorului nu trebuie cunoscută cu precizie.

- Dacă se dorește măsurarea directă a mărimilor R_x și C_x , se pot alege ca elemente etalon reglabile, elementele impedanței de referință: $R_r = R_c$, $C_r = C_c$ (R_c etalonat în valori R_x și C_c în valori C_x),

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_e \text{ și } C_x = \frac{R_2}{R_1} C_e \quad (4.118)$$

iar raportul $\frac{R_1}{R_2}$ se poate lua variabil în trepte decadice,

$$\frac{R_1}{R_1} = 10^{\pm n}, n \in N \quad (4.119)$$

- Dacă se dorește măsurarea directă a lui C_x și a factorului de pierderi D_x ,

$$C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r \text{ și } D_x = \omega C_x R_x = \omega C_r R_r \quad (4.120)$$

atunci se pot lua ca elemente reglabile R_2 care se poate etalona în valori ale lui C_x , și $R_r = R_{3c}$ ce se poate etalona în valori ale lui D_x pentru o valoare a frecvenței data,

$$C_x = \frac{C_r}{R_1} R_{2e}, D_x = \omega C_r R_{3e} \quad (4.121)$$

Deoarece $R_{3e \max}$ limitează pe D_x , rezulta ca *puntea Sauty* este utilizată pentru măsurarea capacităților cu pierderi mici.

2) *Puntea Nernst (puntea Sauty derivație)*

Schema acestei punți este cea din Figura 4.48

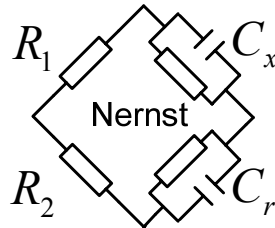


Fig. 4.48

Este o punte de raport rezistiv de tip paralel.

Puntea Nernst este *duala* punții Sauty, fiind obținută prin transformarea brațelor serie în brațe paralel.

Condiția de echilibru,

$$G_x + jB_x = \frac{R_2}{R_1} (G_r + jB_r) \quad (4.122)$$

determina

$$G_x = \frac{R_2}{R_1} G_r \text{ și } C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r \quad (4.123)$$

sau

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_r \text{ și } C_x = \frac{R_2}{R_1} C_r \quad (4.124)$$

relațiile fiind identice cu cele obținute la puntea Sauty.

Concluzie

Pentru două punți duale, relațiile de echilibru sunt identice.

Ca urmare, precizările în legătură cu alegerea elementelor reglabile făcute la puntea Sauty rămân valabile și la puntea Nernst, numai că:

$$D_x = \frac{1}{\omega C_x R_x} = \frac{1}{\omega C_r R_r} = \frac{1}{\omega C_r R_{3e}} \quad (4.125)$$

și $R_{3e \max}$ limitează inferior pe D_x , adică puntea Nerst se utilizează pentru măsurarea capacităților cu pierderi mari, sau a rezistențelor cu capacitatea mare în paralel.

3) Puntea Schering

Scheme ale acestei punți sunt reprezentate în Figura 4.50.

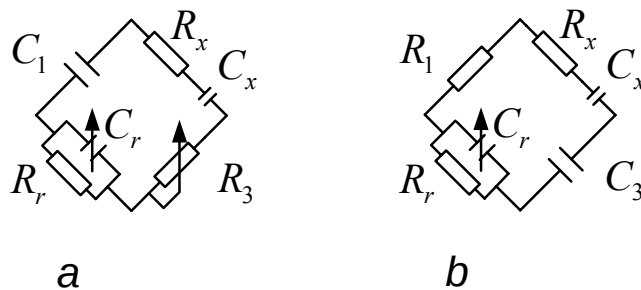


Fig. 4.50

Este o punte de produs imaginar de tip serie.

Varianta a se utilizează pentru măsurarea condensatoarelor supuse la tensiuni mari, când este necesar pentru protecția operatorului ca elementele reglabile să aibă cursorile la masa și să fie sub tensiuni mici.

Condiția de echilibru este:

$$Z_x = \frac{1}{j\omega C_1} R_3 (G_r + jB_r) \quad (4.126)$$

de unde rezultă

$$R_x = \frac{C_r}{C_1} R_3 \quad C_x = \frac{C_1 R_r}{R_3} \quad (4.127)$$

și

$$D_x = \omega C_x R_x = \omega C_r R_r \quad (4.128)$$

deci R_3 se poate etalona în valori ale lui C_x , iar $C_r = C_2$ în valori ale lui D_x .

Rezistența R_x nu se poate măsura direct, ea depinzând de două elemente reglabile.

Varianta b este recomandată pentru măsurări la frecvențe mari unde elementele reglabile trebuie să fie condensatoarele deoarece se comporta mai bine decât rezistoarele sau bobinele, iar rotoarele să fie legate la masă ca atingerea lor să nu influențeze condițiile de echilibru.

Din

$$Z_x = \frac{1}{j\omega C_1} R_3 (G_r + jB_r) \quad (4.129)$$

rezultă

$$R_x = \frac{\mathcal{C}_r}{C_3} R_1, \quad C_x = \frac{R_r}{R_1} \mathcal{C}_3 \quad (4.130)$$

și

$$D_x = \omega C_x R_x = \omega \mathcal{C}_r R_r \quad (4.131)$$

Deci se va etalona $\mathcal{C}_3$ în valori ale lui C_x , iar $\mathcal{C}_r$ în valori ale lui D_x .

c) - Punți pentru măsurarea bobinelor

Și bobinele se măsoară practic numai în funcție de capacități și rezistențe (rareori se folosesc punți Sauty care necesită bobine etalon).

1) Puntea Maxwell

Puntea Maxwell are schema reprezentată în Figura 4.51.

Este o punte de produs rezistiv de tip serie la care condiția de echilibru

$$R_x + j\omega L_x = R_1 R_3 (G_r + j\omega C_r) \quad (4.132)$$

determină

$$R_x = R_1 R_3 \frac{1}{R_r}, \quad L_x = R_1 R_3 C_r \quad (4.133)$$

și

$$Q_x = \frac{\omega L_x}{R_x} = \omega C_r R_r \quad (4.134)$$

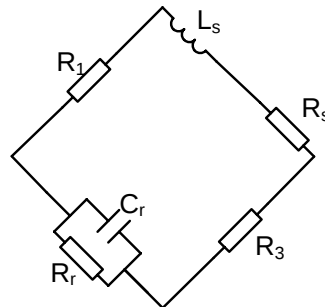


Fig. 4.51

Ca elemente reglabile se pot alege elementele brațului de referință.

- Dacă se dorește indicarea directă a lui R_x și L_x atunci:

$$R_r = \mathcal{R}_e \text{ gradată în valori ale lui } R_x;$$

$$C_r = \mathcal{C}_e \text{ gradată în valori ale lui } L_x.$$

- Dacă se dorește indicarea directă a lui L_x și Q_x la o frecvență precizată, atunci:

$R_3 = \mathcal{R}_{3e}$ gradat în valori ale lui L_x

$R_r = \mathcal{R}_{2e}$ gradat în valori ale lui Q_x pentru frecvență dată.

Deoarece o rezistență R_r nereactivă de valoare mare se realizează dificil, rezultă că punte; Maxwell se poate utiliza pentru L_x cu Q_x mic.

2) Puntea Hay

Puntea Hay (fig.3.52) este duala punții Maxwell, având în consecință aceleași condiții de echilibru, dar măsurate direct sunt elementele reactorului disipativ derivație.

Se folosește pentru măsurarea bobinelor cu Q mare sau mediu.

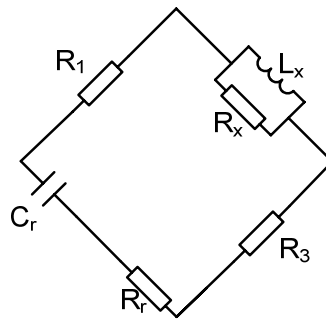


Fig. 4.52

3) Puntea Owen

Schemele acestei punți sunt reprezentate în Figura 4.53

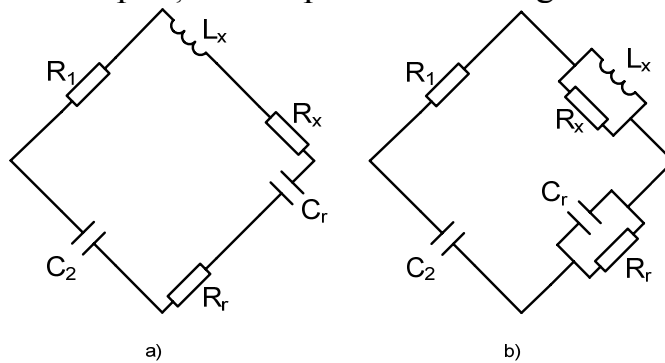


Fig. 4.53

Este o punte de raport imaginar în ambele variante, serie și paralel, care sunt duale între ele.

Relațiile de echilibru pentru aceste punți se obțin scriind condiția pentru una din ele, de exemplu pentru varianta serie (Fig. 4.53 a),

$$R_x + j\omega L_x = R_1 j\omega C_2 \left(R_r + \frac{1}{j\omega C_r} \right) \quad (4.135)$$

unde rezultă

$$R_x = \frac{C_2}{C_r} R_1, \quad L_x = C_2 R_1 R_r, \quad Q_x = \frac{\omega L_x}{R_x} = \omega C_r R_r \quad (4.136)$$

Dacă se alege:

$\mathcal{C}_r$ și $\mathcal{R}_r$ se măsoară direct R_x și L_x

$\mathcal{C}_r$ și $\mathcal{C}_2$ se măsoară direct Q_x și L_x la frecvență fixată

4) Puntea Carey-Foster

Este o punte concepută în mod special pentru măsurarea inductanțelor mutuale ce apar în diferitele cazuri practice reprezentate în Figura 4.54.

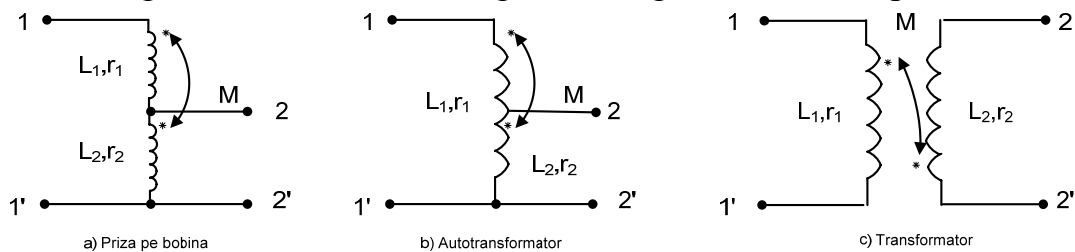


Fig. 4.54

Fiecare din aceste scheme se poate echivala cu una din celelalte.

Schemele echivalente (cunoscute de la Bazele Electrotehnicii) sunt prezentate în Fig. 4.55.

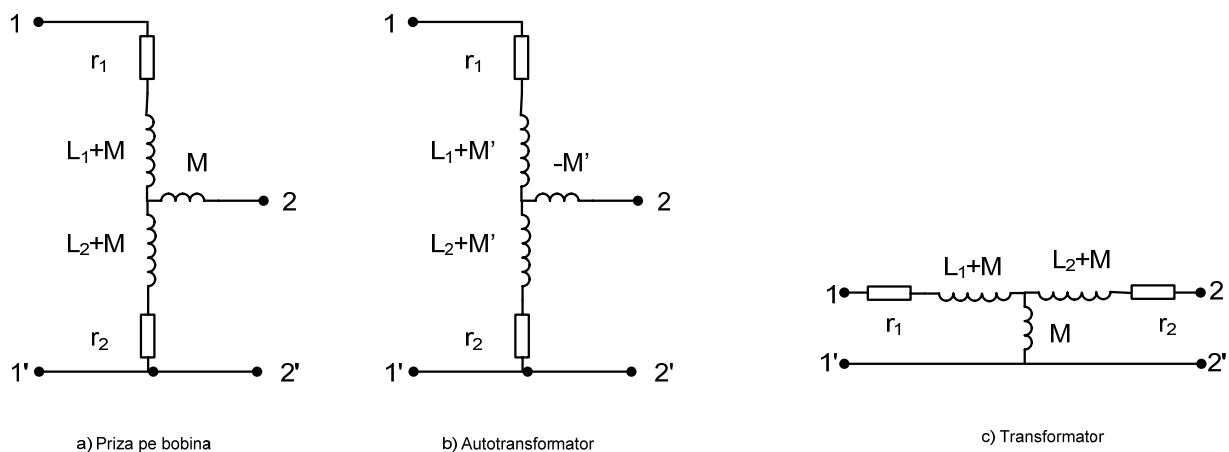


Fig. 4.55

Puntea Carey-Foster, considerând oricare din cazurile de mai sus, are schema din Figura 4.56 a.

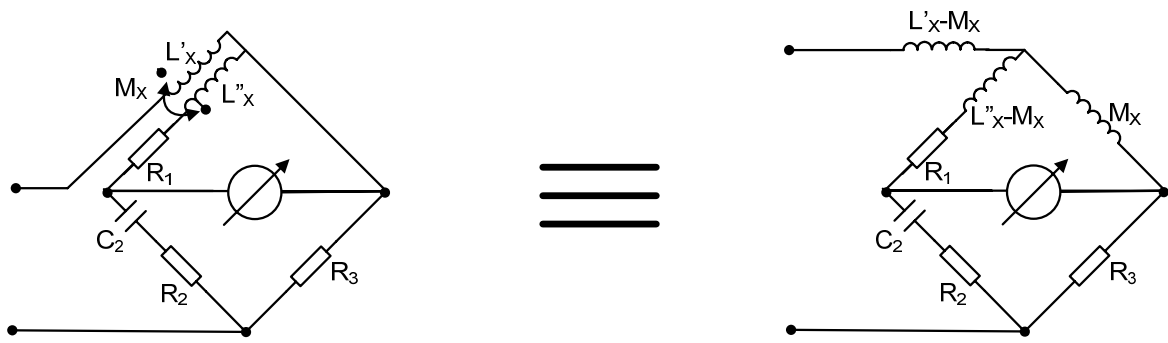


Fig. 4.56

Schema echivalentă (Fig. 4.56 *b*) arată că puntea este de raport imaginar serie pentru care condiția de echilibru este;

$$j\omega M_x \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) = R_3 \left[R_1 + j\omega (L_x'' - M_x) \right] \quad (4.137)$$

de unde se obține

$$M_x = R_1 R_3 C_2, \quad L_x'' - M_x = \frac{R_2}{R_3} M_x = R_1 R_2 C_2 \quad (4.138)$$

$$\Rightarrow M_x, L_x''$$

Se poate alege:

$$\left. \begin{array}{l} R_3 \text{ gradat în valori} \\ R_2 \text{ gradat în valori} \end{array} \right\} \begin{array}{l} M_x \\ L_x'' - M_x \end{array}$$

Schimbând conectarea așa încât L_x să fie în brațul punții, se determină analog și această inductanță.

Pentru erori mici este necesar ca $r_x', r_x'' \ll R_1$. În caz contrar aceste rezistențe trebuie determinate printr-o măsurare separată și corectată valoarea lui R_1 din relațiile de mai sus.

Măsurarea inductanțelor mutuale se poate face și prin măsurarea de inductanțe proprii, conectând bobinele L_1 și L_2 în următoarele două moduri redate de Figura 4.57.

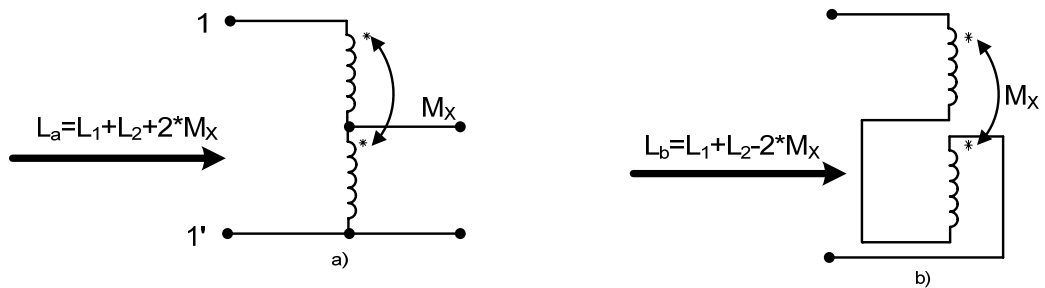


Fig. 4.57

Dacă L_a și L_b se măsoară printr-o metodă oarecare (fiind posibilă și utilizarea unei punți de inductanțe Maxwell sau Hay) se deduce apoi ușor că

$$M_x = \frac{L_a - L_b}{4} \quad (4.139)$$

4.4 Q-metrul: Măsurarea Z prin metode de rezonanță

4.4.1 Principiul și construcția Q-metrului

Q-metrul este un aparat care folosește rezonanța unui circuit RLC serie sau paralel format dintr-un generator și o capacitate variabilă (care fac parte din aparatul propriu-zis) și o bobină exterioară, care este elementul măsurat sau este o bobină auxiliară folosită pentru măsurarea altor componente. Pentru a ilustra principiul de funcționare, în Figura 4.75 este reprezentat simplificat un circuit RLC serie.

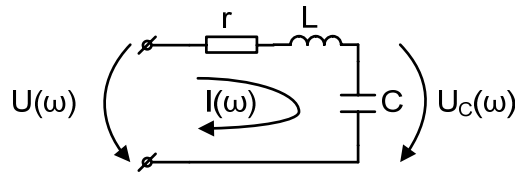


Figura 4.75: Circuit RLC serie

Tensiunea la bornele condensatorului este, la rezonanță:

$$u_c(\omega) = \frac{|I|}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \frac{U}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \bigg|_{\omega=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}} = \frac{1}{\omega_0 C r} U = \frac{\omega_0 L}{r} U = Q U \quad (4.140)$$

deci tensiunea citită pe voltmetru, măsurată în unități $U=1$ este chiar valoarea Q . (măsurat ca factor de supratensiune). Dacă există mai multe scări, se prevede un reglaj exterior al nivelului generatorului, numit *calibrare*, care se acționează înainte de măsurătoare și se aduce acul în dreptul unui reper de calibrare, în care se îndeplinește condiția $U=1$ (o unitate pe scara aparatului).

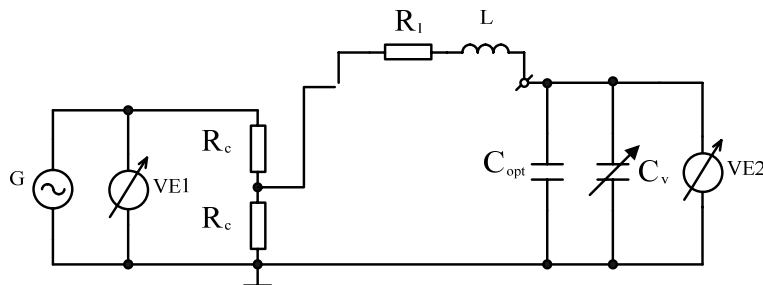


Figura 4.76: Schema Q-metrului

Schema Q-metrului este dată în Figura 4.76. Elementele variabile sînt U, ω_0, C_0 . Factorul de calitate al condensatorului variabil este de ordinul $Q_{C_v} \approx 10^4$, iar al bobinelor auxiliare care se livrează odată cu Q-metrul $Q_L \approx 10^2 \div 10^3$.

Tensiunea generatorului se aplică circuitului rezonant prin intermediul unui divizor rezistiv (eventual inductiv, capacitiv) cu raport de divizare $n : 1$, cu $n = R_c/r_c$ foarte mare (sute) și stabil; n reprezintă chiar valoarea reperului de calibrare în scara aparatului. Astfel se simulează o sursă de tensiune cu rezistență internă aproape de zero, pentru a nu introduce rezistențe de pierdere (deci erori) în circuitul măsurat. Valori practice pentru r_c sînt de ordinul mfi.

Evident divizorul $R_c - r_c$ face ca tensiunea aplicată circuitului rezonant să nu mai fie U ci U/n , și gradarea voltmetrului va fi făcută corespunzător.

Condensatorul variabil este realizat cu aer, $\text{tg} \delta \approx 10^{-4}$, cu o capacitate maximă de ordinul a 500pF pentru măsurători în JF și 50pF pentru măsurători în IF. Capacitatea trebuie să fie stabilă și inductanța parazită să fie $L_{C_v} < 10\text{nH}$, indiferent de unghiul de rotație. Pentru o citire precisă se folosește un vernier, rezoluția tipică fiind de 0.05pF. De multe ori se pune în paralel cu C_v un alt condensator variabil de valoare mică.

De obicei se folosește un voltmetru electronic de ca. de impedanță mare, cu detector de RF urmat de amplificator de c.c. (întrucît această schemă are banda de frecvență cea mai largă, și în consecință voltmetrul necesită și *reglaj de zero*), unic, comutabil pentru a putea măsura și tensiunea generatorului (la calibrare).

Gama frecvențelor de lucru este $10^4 \div (2 \div 3) \cdot 10^8$.

Măsurările care se pot face sînt *de bază* (asupra bobinelor: L, Q_L, r_L) prin metoda directă și indirectă, și *derivate* (asupra altor componente: C, R, L, M, Z pentru linii, etc) prin metode de substituție.

4.4.2 Măsurători

4.4.2.1 Reglaje prealabile și măsurători de bază

- **Reglaje:**

Făcând scurt-circuit pe C_v , se reglează VE2 pentru a indica 0. Apoi se reglează U_g (calibrare - acul la reper) astfel ca:

$$Q = \frac{U_{C_v}}{U} = \frac{U_{C_v}}{\frac{U_0}{n}} = n \frac{U_{C_v}}{U_0} \quad (4.141)$$

• **Măsurări de bază:**

Se măsoară L_x și Q_x pentru o bobină astfel: pentru ω_0 dorit, se conectează L_x la bornele "L" și se variază C_v pînă la obținerea maximului pe voltmetru pentru $C_v = C_0$. În acest moment se citește direct Q_x și se calculează L_x :

$$L_x = \frac{1}{\omega_0^2 C_0} \quad (4.142)$$

4.4.2.2 Măsurări derivate

Este posibilă măsurarea unei impedanțe sau admitanțe necunoscute la frecvența dorită ω_0 , folosind elemente adiționale. De asemenea, este posibilă măsurarea prin această metodă a unei bobine care, la frecvența dorită, nu permite obținerea acordului în serie cu C_v , știind că $C_v \in [C_{v,\min}, C_{v,\max}]$.

Cazul 1: măsurarea $Z_x(\omega_0) < X_{C_v}(\omega_0)$ (cazul impedanțelor "mici")

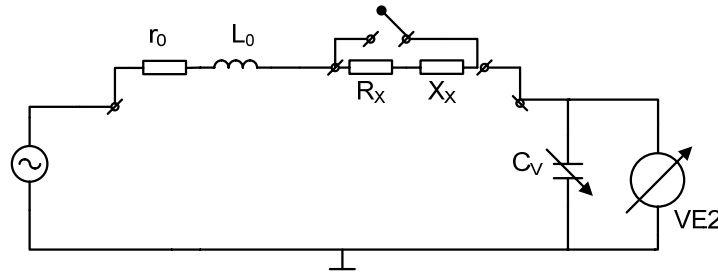


Figura 4.77: Măsurarea impedanțelor "mici"

Se conectează impedanța necunoscută $R_x + jX_x$ în serie cu o bobină auxiliară (cu L_0 și r_0) ca în Figura 4.77. Cu comutatorul K pe cele 2 poziții se face pe rând acordul (adică se obține o tensiune maximă pe voltmetru prin varierea C_v) și se citesc, respectiv pe pozițiile 1 și 2, (C_0, Q_0) și (C_1, Q_1) . Se obține:

$$K = 0: \begin{cases} \omega_0 L_0 = \frac{1}{\omega_0 C_0} \\ Q_0 = \frac{1}{\omega_0 C_0 r_0} \end{cases} \quad (4.143)$$

respectiv (cu observația că Q_1 este de fapt $Q_{1,\text{citit}}$)

$$K=1: \begin{cases} \omega_0 L_0 + X_x = \frac{1}{\omega_0 C_1} \\ Q_1 = \frac{U_{C_1}}{U} = \frac{1}{U} \frac{U}{r_0 + R_x} \frac{1}{\omega_0 C_1} = \frac{1}{\omega_0 C_1 (r_0 + R_x)} \end{cases} \quad (4.144)$$

de unde se obțin:

$$X_x = \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0} \right) \quad (4.145)$$

$$R_x = \frac{1}{\omega_0 C_1 Q_1} - r_0 = \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{1}{C_1} Q_1 - \frac{1}{C_0 Q_0} \right) \quad (4.146)$$

$$Q_x = \frac{X_x}{R_x} = Q_1 Q_0 \frac{C_0 - C_1}{C_0 Q_0 - C_1 Q_1} \quad (4.147)$$

Câteva cazuri particulare (fără elemente parazite):

$$C_1 = C_0 \quad Q_1 < Q_0 \Rightarrow R_{x,mic} = \frac{1}{\omega_0 C_0} \left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_0} \right) \quad (C_{R_x}^s = \infty) \quad (4.148)$$

$$C_1 < C_0 \quad C_0 Q_0 = C_1 Q_1 \Rightarrow L_{x,mic} = \frac{1}{\omega_0^2} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0} \right) \quad (R_{L_x}^s = 0) \quad (4.149)$$

$$C_1 > C_0 \quad C_0 Q_0 = C_1 Q_1 \Rightarrow C_{x,mar} = \frac{1}{\omega_0 C_0} \frac{C_0 C_1}{C_1 - C_0} \quad (R_{C_x}^s = 0) \quad (4.150)$$

Se observă că dacă $C_0 Q_0 > C_1 Q_1$ atunci $R_x \neq 0$.

Cazul 2: măsurarea $Z_x(\omega_0) = X_{C_v}(\omega_0)$

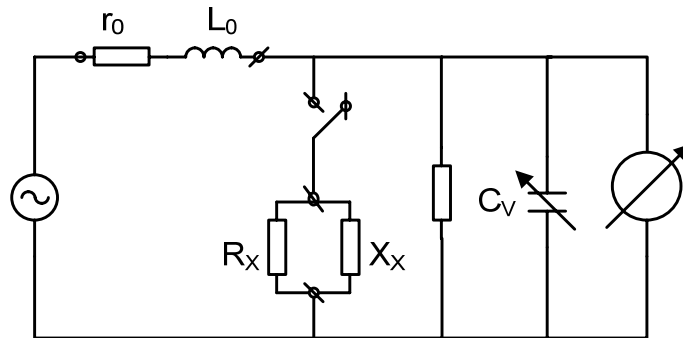


Figura 4.78: Măsurarea impedanțelor "mari"

În acest caz, se conectează la bornele "L" o bobină adițională ca în cazul, precedent, dar impedanța necunoscută se conectează în paralel pe C_v .

Se face acordul, pe rând, cu comutatorul pe cele 2 poziții, variind C_v până la obținerea unui maxim pe voltmetru, și se citesc valorile (C_0, Q_0) și respectiv (C_1, Q_1) (amândouă la aceeași frecvență ω_0).

Schema circuitului echivalent este dată în Figura 4.78. Rezistența r_0 a bobinei adiționale se poate echivala cu o conductanță g_0 în paralel pe C_v care păstrează Q_0 al circuitului:

$$r_0 \rightarrow g_0 \Rightarrow Q_0 = \frac{\omega_0 L_0}{r_0} = \frac{\omega_0 C_0}{g_0} \quad (4.151)$$

Pentru cele două poziții ale comutatorului, la rezonanță avem:

$$K = 0: \begin{cases} \omega_0 L_0 = \frac{1}{\omega_0 C_0} \\ Q_0 = \frac{\omega_0 C_0}{g_0} \end{cases} \quad (4.152)$$

respectiv

$$K = 1: \begin{cases} \omega_0 C_1 + B_x = \frac{1}{\omega_0 L_0} \\ Q_1 = \frac{\omega_0 C_0}{g_0 + G_x} \end{cases} \quad (\text{Acelasi } L_0, \text{ deci același } C_0) \quad (4.153)$$

Se obține:

$$B_x = \omega_0 (C_0 - C_1) \quad (4.154)$$

$$G_x = \omega_0 C_0 \left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_0} \right) \quad (4.155)$$

$$Q_x = \frac{1}{C_0} \frac{C_0 - C_1}{\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_0}} = Q_0 Q_1 \frac{C_0 - C_1}{C_0 (Q_0 - Q_1)} \quad (4.156)$$

Câteva cazuri particulare:

$$C_1 = C_0 \quad Q_1 < Q_0 \Rightarrow R_{x, \text{mare}} = \frac{1}{\omega_0 C_0} \frac{Q_0 Q_1}{Q_0 - Q_1} \quad (R_x^p < \infty) \quad (4.157)$$

$$C_1 < C_0 \quad Q_0 = Q_1 \Rightarrow C_{x, \text{mic}} = C_0 - C_1 \quad (R_{C_x}^p = 0) \quad (4.158)$$

$$C_1 > C_0 \quad Q_0 = Q_1 \Rightarrow L_{x, \text{mare}} = \frac{1}{\omega_0^2 (C_0 - C_1)} \quad (R_{L_x}^p = 0) \quad (4.159)$$

Cazul 3: determinarea elementelor reactive inseparabile ale unei scheme date

Măsurarea se face la mai multe frecvențe $\omega_i, i = 1 \div n$ și se obțin n ecuații din care se scot necunoscutele X_i . De exemplu, această metodă se folosește pentru determinarea elementelor parazite ale unor componente.

Exemplul 1: $L_{x,mare} \parallel C_{L_x}$

$$-\frac{1}{\omega_0 L_{ech}} = -\frac{1}{\omega_0 L_x} + \omega_0 C_{L_x} = B_x(\omega_0) = \overbrace{\omega_0 (C_0 - C_1)}^{-\Delta C_v} \quad (4.160)$$

idem la o altă frecvență ω_{01} , și se obțin 2 ecuații cu 2 necunoscute, de unde se scot L_x și C_{L_x}

Același lucru se poate obține și grafic, observând că se poate scrie ecuația unei drepte care trece prin n puncte, corespunzătoare celor n frecvențe la care se măsoară:

$$\underbrace{\frac{1}{\omega_{0n}^2}}_y = L_x \left(\underbrace{\Delta C_{vn}}_x + C_{L_x} \right) \quad (4.161)$$

unde $\Delta C_{vn} = C_n - C_0$; se obține dreapta cu ecuația de mai jos și cu graficul în Figura 4.79:

$$y = k(x - x_0) \quad (4.162)$$

Avantajul acestei metode este interpolarea grafică, dacă se măsoară mai mult decât cele 2 puncte strict necesare.

Exemplul 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{x,norm} \parallel C_{L_x} \\ C_{x,mare} \text{ serie cu } L_{C_x} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} L_e = \frac{L}{1 - \omega^2 L_x C_{L_x}} \Rightarrow \frac{1}{L_{e,n}} = \frac{1}{L} - \frac{1}{\omega_{0x} L} \omega_{0n}^2 \\ C_e = \frac{C}{1 - \omega^2 C_x L_{C_x}} \Rightarrow \frac{1}{C_{e,n}} = \frac{1}{C} - \frac{1}{\omega_{0x} C} \omega_{0n}^2 \end{array} \quad (4.163)$$

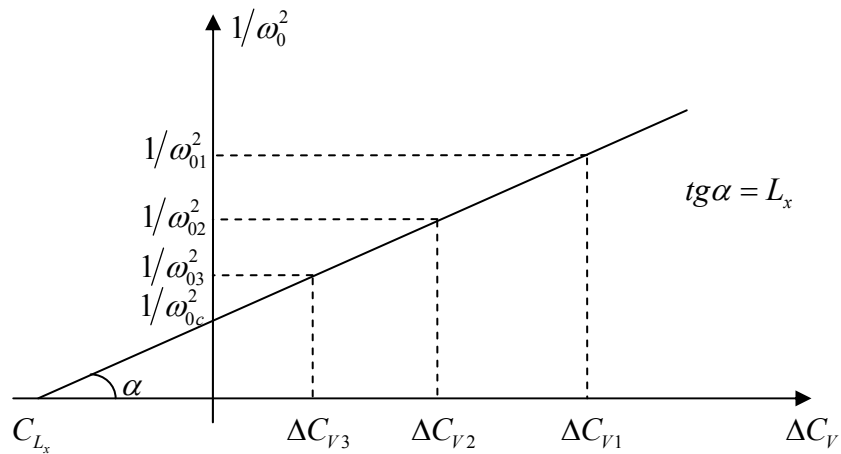


Figura 4.79: Exemplul 2

Dreapta care trece prin cele n puncte este desenată în Figura 4.80.

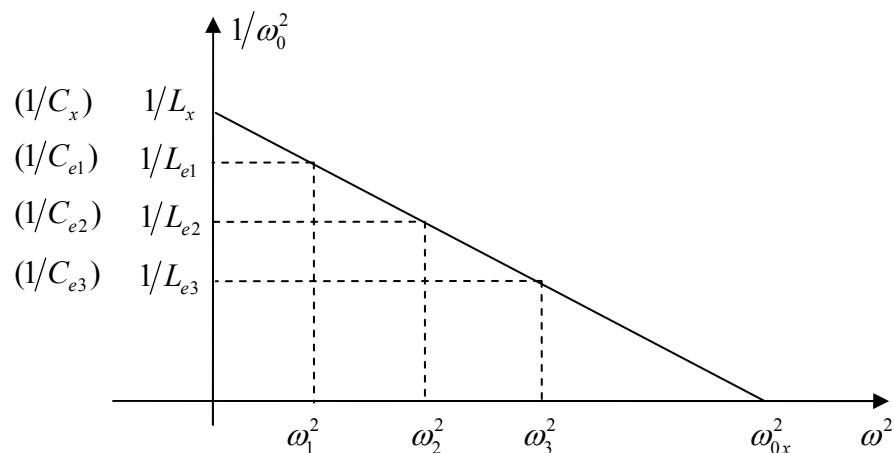


Figura 4.80: Exemplul 2

Cazul 4: măsurarea Q prin dezacord

Există 2 variante ale acestei metode, dezacordul *de frecvență* ($C_v = \text{constant}$) și *de capacitate* ($f = \text{constant}$). Ambele metode constau în obținerea acordului (tensiune maximă pe voltmetru), urmată de dezacordarea circuitului (prin varierea ușoară a lui f , respectiv C_v) până când tensiunea citită pe voltmetru scade la 0.707 din valoarea maximă (ceea ce corespunde benzii la 3dB pe curba de rezonanță). Pentru $Q > 10$, curba este aproximativ simetrică aritmetic (Figura 4.81).

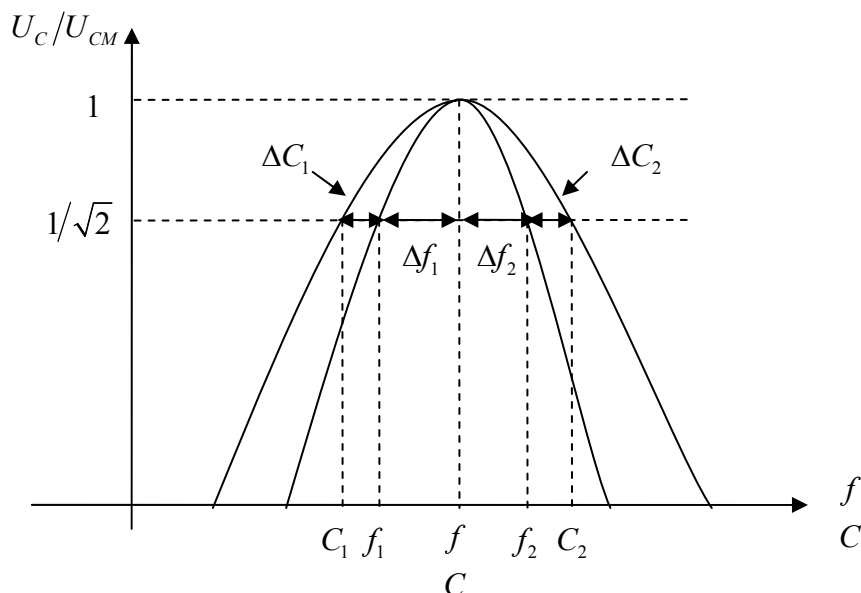


Figura 4.81: Măsurarea prin dezacord

Se citește f , respectiv C_v în momentul atingerii acestei valori, și se calculează Q :

$$\Delta f_1 \approx \Delta f_2 \approx \Delta f = \frac{B_{-3dB}}{2} \quad (4.164)$$

$$\Delta C_1 \approx \Delta C_2 \approx \Delta C \quad (4.165)$$

de unde rezultă:

$$Q = \frac{C_0}{\Delta C} = \frac{f_0}{2\Delta f} = \frac{f_0}{B_{-3dB}} \quad (4.166)$$

Având în vedere că în momentul când se atinge maximul de tensiune pe voltmetru, această valoare este gradată direct în Q , se pot compara valorile citită și respectiv calculată (ecuația 2.234) ale lui Q , verificând corecta etalonare a Q-metrului.

În principiu, precizia măsurării prin dezacord de frecvență poate fi mult sporită prin utilizarea unui frecvențmetru numeric, în timp ce precizia dezacordului de capacitate este limitată la rezoluția condensatorului variabil.

4.4.2.3 Precizia măsurărilor cu Q-metrul

Valori tipice pentru erorile de măsură obținute cu acest aparat sînt $\varepsilon_{L,Q} \leq 1\%$ la 1 MHz, mergând pînă la 10% la 100 MHz.

Cauzele erorilor sunt:

- obiective: $r_c \neq 0$, rezistența internă a voltmetrului e finită (și acesta poate avea și cea inductanță și capacitate parazită), frecvența generatorului nu e perfect stabilă, rezoluțiile de citire ale f, C_v, Q , nu sînt foarte mari
- subiective: erori de citire, de manevrare (determinarea maximului pe voltmetru), de metodă (modelul ales poate fi neadecvat sau prea simplificat).

Calculul erorilor pentru Q :

- datorită elementelor parazite:

luăm în considerare R_c, Ri_n a voltmetrului, $\text{tg}\delta_{C_v}$; cum voltmetrul e paralel pe C_v efectul Ri_n îl putem include în tangenta unghiului de pierderi; atunci, dacă Q_m este valoarea măsurată a lui Q și Q_{ad} este valoarea adevărată:

$$\frac{1}{Q_m} = \frac{R_x + r_c + X_C \text{tg}\delta_{C_v}}{X_x} = \frac{1}{Q_{ad}} + \frac{r_c}{X_x} + \text{tg}\delta_{C_v} \quad (4.167)$$

$$\varepsilon_{r,Q}^{elem\ par} = \frac{Q_m - Q_{ad}}{Q_{ad}} = -Q_m \left(\frac{r_c}{X_x} + \text{tg}\delta_{C_v} \right) \quad (4.168)$$

- de citire:

$$Q = \frac{U_c}{U_g} \Rightarrow \varepsilon_{r,Q}^{cit} = \varepsilon_{U_c} + \varepsilon_{U_g} = \varepsilon_{U_c} + \varepsilon_{U_g^0} + \varepsilon_n \quad (4.169)$$

Calculul erorilor pentru X :

Aceste erori au mai multe surse:

- elementele reglabile: Mărimea X nu se citește direct pe Q-metru, ci se calculează pe baza altor mărimi care se citesc direct. Se aplică formula propagării erorii la măsurări indirecte, pentru a afla care este eroarea mărimii X știind erorile mărimilor care intră în formula de calcul pentru X (în fiecare caz particular - nu există o formulă generală). Dacă de exemplu $X_x = T/u; C_v$, rezultă $e_{r,x} = e_{r,c} + e_{v,j}$ care sînt de obicei date de rezoluțiile de citire ale C și $/$.
- elementele parazite: ca în cazul precedent (erorile lui Q) se determină modelul real al circuitului RLC și se deduc noile formule în funcție de model.